

Dispense di FISICA TECNICA

Termodinamica

Trasmissione del Calore

SSD: ING-IND/11

a cura di:

Prof. Paolo ZAZZINI

Materiale consigliato per il corso di:

FISICA TECNICA I - laurea quinquennale in "ARCHITETTURA"

A. A. 20011/12

Parte I

TERMODINAMICA APPLICATA

GRANDEZZE FISICHE E SISTEMI DI UNITA' DI MISURA

Un sistema fisico può essere definito come una porzione di spazio delimitata da una superficie di confine attraverso la quale interagisce con l'ambiente circostante e le cui caratteristiche possono essere espresse mediante delle grandezze.

Si definisce "grandezza fisica" una entità che descrive delle proprietà di un sistema fisico o del suo comportamento. Se, ad esempio, consideriamo lo spazio occupato da un corpo o da un sistema esso viene definito dal suo VOLUME, mentre se vogliamo determinare le interazioni che hanno luogo tra due corpi o tra due sistemi sarà necessario introdurre la grandezza FORZA e così via.

In molti casi è possibile associare a grandezze omogenee, che esprimono cioè la medesima proprietà, una caratteristica astratta che le accomuna, permettendo di ricondurle ad un'unica proprietà fondamentale, detta DIMENSIONE.

Le grandezze di questo tipo sono dette dimensionali e la loro entità è definita da un valore numerico accompagnato da una unità di misura che ne esprime la misura. Ad esempio, la lunghezza di un tavolo è una grandezza dimensionale, riconducibile ad una proprietà fondamentale (la dimensione lineare) cui si possono riferire tutte le altre grandezze ad essa omogenee (per esempio lo spazio percorso da un corpo lungo una traiettoria oppure una delle tre dimensioni di un volume). Tale grandezza è misurabile con l'unità di misura denominata metro (m). La dimensione di una grandezza si esprime con una lettera compresa tra parentesi quadre: ad esempio, la dimensione "lunghezza" si esprime con il simbolo [L].

Esistono grandezze ADIMENSIONALI, che cioè non hanno dimensione ed il cui valore è esprimibile con un numero puro: ad esempio, il coefficiente di riflessione di una superficie ρ che, essendo dato dal rapporto tra due grandezze omogenee, energia riflessa ed energia incidente, non ha dimensioni e può assumere valori numerici compresi tra 0 ed 1.

Le unità di misura utilizzate per le grandezze dimensionali sono raggruppate in Sistemi. Esistono vari sistemi di unità di misura, ma dal 1971 è stato ufficialmente adottato in Europa un sistema, detto SISTEMA INTERNAZIONALE (S. I.), che viene universalmente accettato ed usato al fine di uniformare le unità utilizzate per le varie grandezze nei diversi paesi e rendere più semplici i rapporti che intercorrono tra le varie comunità scientifiche. Anche i paesi anglosassoni lo hanno adottato, anche se al loro interno persistono unità non appartenenti all'S. I. quali la libbra (lb) il pound (pd), il pollice (in) e così via... Del resto anche in Italia alcune unità di misura non facenti parte del Sistema Internazionale, ad esempio il kg_f , la kcal etc., fanno fatica a lasciare il passo a quelle ufficiali corrispondenti, cioè il Newton, il Joule e così via.

I sistemi di unità di misura prevedono alcune unità fondamentali ed altre derivate. Nell'S. I. le grandezze fondamentali sono quelle indicate nella tabella 1:

Tabella 1: Grandezze fondamentali del SISTEMA INTERNAZIONALE per la TERMODINAMICA

| Grandezza | Simbolo | Dimensione | Unità di misura |
|------------------|----------------|-------------------|------------------------|
| Lunghezza | L | [L] | metro (m) |
| Massa | M | [M] | kilogrammo (kg) |
| Tempo | t | [t] | secondo (s) |
| Temperatura | T | [T] | Kelvin (K) |

Dalle grandezze fondamentali si ricavano quelle derivate; in particolare, alcune tra le più utilizzate sono indicate nella tabella 2:

Tabella 2: Grandezze derivate del SISTEMA INTERNAZIONALE

| Grandezza | Simbolo | Dimensione | Unità di misura |
|---|---------|-----------------------|---|
| Superficie | S | $[L]^2$ | metro quadrato(m ²) |
| Volume | V | $[L]^3$ | metro cubo (m ³) |
| Densità | ρ | $[M][L]^{-3}$ | kilogrammi su metri cubi (kg/m ³) |
| Velocità | v | $[L][t]^{-1}$ | metri al secondo (ms ⁻¹) |
| Accelerazione | a | $[L][t]^{-2}$ | metri al secondo quadrato (ms ⁻²) |
| Forza massa per accelerazione | F | $[M][L][T]^{-2}$ | Newton (N) |
| Pressione forza su superficie | p | $[M][L]^{-1}[t]^{-2}$ | Pascal (Pa) |
| Lavoro/Energia Forza per spostamento | L/E | $[M][L]^2[t]^{-2}$ | Joule (J) |
| Potenza Lavoro o energia nell'unità di tempo | W | $[M][L]^2[t]^{-3}$ | Watt (W) |

Come si può verificare nelle tabelle precedenti, nello scrivere i simboli delle unità di misura sono state rispettate alcune regole formali, a volte disattese nell'uso comune.

Ad esempio, le unità di misura delle superfici e dei volumi devono essere espresse con la notazione esponenziale e non con i simboli mq (metri quadri) e mc (metri cubi). Inoltre i simboli delle unità di misura non devono essere puntati, per cui scrivere: "uno spazio di 10 m" è corretto, mentre non lo è scrivere: "uno spazio di 10 m."

I simboli letterali hanno la minima lunghezza possibile, per cui l'unità di tempo, il secondo, viene espressa dal simbolo "s" e non dalla notazione "sec".

Il prefisso che indica il multiplo 1000 (kilo) si scrive con la lettera minuscola, poiché non va confuso con il simbolo della temperatura (Kelvin) che va invece scritto con la lettera maiuscola "K" e senza l'apposizione del simbolo "°" indicante il grado.

Le unità di misura vanno inoltre scritte con il simbolo che le rappresenta solo se accompagnate da un valore numerico preciso, mentre in caso contrario vanno indicate per esteso; per questa ragione, ad esempio, la frase "...sono stati percorsi alcuni chilometri..." è scritta correttamente, mentre non lo è la corrispondente "...sono stati percorsi alcuni km...". I simboli vanno scritti con la lettera maiuscola se sono le iniziali di nomi propri (N, Pa, W...), mentre bisogna usare la minuscola se l'unità è scritta per esteso (newton, pascal, watt...). Da ultimo, ricordiamo che il separatore decimale ufficiale nell'S. I. è la virgola e non il punto.

A volte le grandezze assumono valori numerici grandi o addirittura molto grandi ed, analogamente, piccoli oppure molto piccoli. In questi casi vengono utilizzati dei prefissi per le unità di misura che consentono di usare, per la misura delle grandezze, numeri più agevoli. In tabella 3 sono riportati i prefissi solitamente utilizzati

Tabella 3: PREFISSI NUMERICI DELLE UNITA' DI MISURA

| Prefisso | Simbolo | Valore | Prefisso | Simbolo | Valore |
|----------|---------|------------------|----------|---------|-------------------|
| Tera | T | 10 ¹² | deci | d | 10 ⁻¹ |
| Giga | G | 10 ⁹ | centi | c | 10 ⁻² |
| Mega | M | 10 ⁶ | milli | m | 10 ⁻³ |
| kilo | k | 10 ³ | micro | μ | 10 ⁻⁶ |
| etto | h | 10 ² | nano | n | 10 ⁻⁹ |
| deca | da | 10 | pico | p | 10 ⁻¹² |

Comunemente, vengono molto utilizzate alcune unità di misura non facenti parte del Sistema Internazionale, ma che si possono ad esso correlare poiché multiple di unità fondamentali ad esso appartenenti e sono, ad esempio, quelle della tabella 4:

Tabella 4: Unità di misura multiple di unità fondamentali del SISTEMA INTERNAZIONALE

| Grandezza | Unità | Simbolo | Equivalenza |
|-----------|------------|---------|---|
| Volume | Litro | l | $1\text{ l} = 1\text{ dm}^3 = 10^{-3}\text{ m}^3$ |
| Massa | Tonnellata | t | $1\text{ t} = 1\text{ Mg} = 10^6\text{ g} = 10^3\text{ kg}$ |
| Pressione | bar | bar | $1\text{ bar} = 10^5\text{ Pa}$ |

Alcune grandezze sono spesso misurate ancora con unità di misura non appartenenti al Sistema Internazionale ma a quello Tecnico degli Ingegneri. E' il caso ad esempio delle unità riportate in tabella 5:

Tabella 5: Unità di misura del Sistema Tecnico degli Ingegneri

| Grandezza | Unità | Simbolo | Equivalenza |
|-----------|-----------------|---------|------------------------------------|
| Forza | kilogrammo-peso | k_p | $1\text{ k}_p = 9,807\text{ N}$ |
| Calore | caloria | cal | $1\text{ cal} = 4,186\text{ J}$ |
| Potenza | kilocaloria/ora | kcal/h | $1\text{ kcal/h} = 1,163\text{ W}$ |

Se vogliamo, ad esempio, esprimere una misura di forza peso pari a 20 k_p , dobbiamo convertirla nell'unità di misura corrispondente del Sistema Internazionale, il newton, nel modo seguente:

$$20k_p = 20 \cdot 9,807\text{ N} \cong 196\text{ N}$$

Per quanto riguarda l'unità di misura del calore che veniva utilizzata nel Sistema Tecnico, la caloria, il fattore di conversione indicato in tabella 5, che vale 4,186, è comunemente chiamato "equivalente meccanico della caloria". Nel Sistema Tecnico, infatti, si utilizzava la caloria solo per misurare l'energia termica ed il joule per l'energia meccanica. Nel Sistema Internazionale tutte le forme di energia sono invece misurabili con la stessa unità di misura, il joule (J).

Strettamente correlate alle unità di energia sono quelle di potenza per le quali si adotta il fattore indicato in tabella 5, direttamente ricavabile dal precedente, come dimostrato dalle semplici correlazioni che seguono.

$$1\text{ cal} = 4,186\text{ J} \Rightarrow 1\text{ kcal} = 4186\text{ J} \Rightarrow 1\frac{\text{kcal}}{\text{h}} = 4186\frac{\text{J}}{\text{h}} = \frac{4186\text{ J}}{3600\text{ s}} = 1,163\text{ W}$$

Da cui discende:

$$1\frac{\text{kcal}}{\text{h}} = 1,163\text{ W} \Rightarrow 1\text{ W} = 0,86\frac{\text{kcal}}{\text{h}}$$

Se, ad esempio vogliamo esprimere nell'S.I. una quantità di calore pari a 3500 cal , dobbiamo scrivere la seguente equivalenza:

$$3500\text{ cal} = 3,5\text{ kcal} = 3,5 \cdot 4186\text{ J} = 14651\text{ J} = 14,651\text{ kJ}$$

In alcuni casi, ad esempio per ciò che riguarda l'energia elettrica, viene ancora utilizzata una specifica unità di misura dell'energia denominata kilowattora. Per questa valgono le seguenti relazioni di equivalenza:

$$1kWh = 1kWh \cdot 3600 \frac{s}{h} = 3600 \frac{kJ}{s} \cdot h \cdot \frac{s}{h} = 3600kJ$$

Pertanto, una energia elettrica di 10 kWh, corrispondente al consumo di una potenza di 1 kW per 10 ore di esercizio, può essere espressa con le unità dell'S. I. utilizzando la seguente equivalenza:

$$10kWh = 10 \cdot 3600kJ = 36000kJ$$

Una grandezza fisica per la cui misura sono in uso comune molte unità non appartenenti al Sistema Internazionale è la pressione. Nei diversi settori della fisica, infatti, si trovano spesso unità come l'atmosfera (atm), il bar (bar), i millimetri di mercurio (mmHg). Di seguito vengono riportate le equivalenze che consentono di trasformarle nella corrispondente unità ufficiale dell'S.I. che è il Pascal.

$$1atm = 101325Pa$$

$$1atm = 760mmHg$$

$$1bar = 100000Pa \Rightarrow 1atm = 1,01325bar$$

$$1mmHg = 133,3Pa$$

La misura di una grandezza può essere espressa da un numero con molte cifre decimali. E' opportuno, in questo caso, stabilire il numero di cifre significative di tale valore numerico per scrivere in maniera più compatta, utilizzando anche la forma esponenziale, il numero stesso. In generale, ogni misura di grandezze fisiche è affetta da un certo grado di incertezza (errore rispetto alla misura vera della grandezza in oggetto) che può dipendere da varie cause, accidentali o sistematiche, quali ad esempio le condizioni dello strumento di misura, alcune condizioni ambientali che si verificano nell'esecuzione della misura, etc. Non ha alcun senso, perciò, utilizzare, nella espressione della misura di una grandezza, un numero di cifre significative più elevato dell'ordine di incertezza con cui viene eseguita la misura stessa. Se ad esempio, una temperatura viene letta da un termometro con un ordine di incertezza del decimo di grado, non ha senso dire che la temperatura misurata vale 37, 43 °C; sarà più corretto dire che tale temperatura vale 37,4°C.

Per ridurre il numero di cifre significative di un valore numerico è dunque necessario effettuare, spesso, una troncatura delle cifre decimali. Per eseguire correttamente tale operazione, una volta fissato il numero di cifre significative, sarà necessario verificare il valore della cifra immediatamente seguente l'ultima cifra significativa e lasciare invariata quest'ultima (l'ultima significativa) se la successiva è minore o uguale a cinque, aumentarla di una unità se è invece maggiore di cinque.

Esempio:

m: numero di cifre significative, stabilito in base al grado di incertezza della misura

Misura della grandezza: **x = 9,8759432**

m=3; m+1^{esima} cifra = 5 \Rightarrow x = 9,87 m^{esima} cifra invariata

m=4; m+1^{esima} cifra = 9 \Rightarrow x = 9,876 m^{esima} cifra aumentata di una unità

m=5; m+1^{esima} cifra = 4 \Rightarrow x = 9,8759 m^{esima} cifra invariata

A volte capita di dover effettuare delle operazioni di somma o differenza tra valori numerici di diverse grandezze omogenee (esprimibili con la stessa unità di misura) con numero di cifre significative diverso. In questo caso è necessario esprimere tutti i valori in oggetto con lo stesso numero di decimali che risulterà pari a quello del valore numerico che ne ha di meno.

Se ad esempio dobbiamo sommare le seguenti misure di massa: 4,87 kg, 0,0193 kg e 43,2 kg, il numero di decimali della somma delle tre misure sarà pari a 1, pertanto i numeri in oggetto subiranno le seguenti operazioni di troncatura:

4,87 → 4,9
0,0193 → 0,0
43,2 → 43,2

per cui la somma sarà pari a: $4,9 + 0,0 + 43,2 = 48,1$

che non risulta ovviamente influenzata dalla seconda misura. In altre parole, in questo caso, l'operazione di troncatura ha reso non significativa la seconda misura rispetto alla prima e alla terza. Infatti, non ha senso sommare una cifra ad un'altra che non è nota perché non rientra nel campo di precisione di quella misura (è al di fuori del numero di cifre significative di quel numero). Se il grado di precisione fosse stato più elevato (es: 3 cifre significative), la seconda misura avrebbe, con il suo valore, influenzato il risultato dell'operazione eseguita.

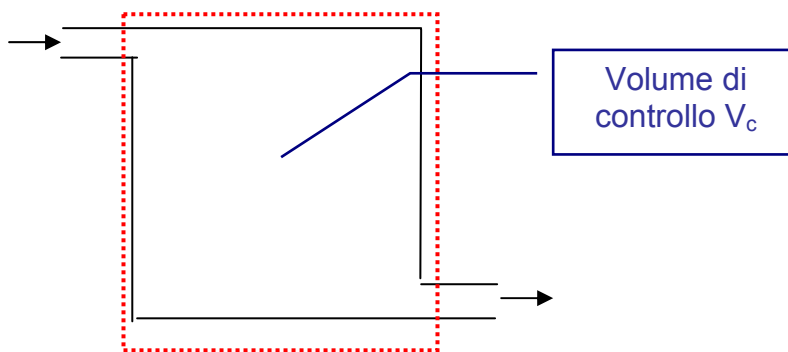
Definizioni e grandezze termodinamiche

La Termodinamica studia le trasformazioni di un sistema a seguito di scambi di energia (calore e/o lavoro) con altri sistemi o con l'ambiente esterno.

Si definisce "Sistema Termodinamico" una porzione di spazio o di materia separata dal resto dell'universo da una superficie di contorno, reale o fittizia, attraverso cui interagisce con l'esterno o con altri sistemi mediante scambi di energia e/o di massa.

A questo riguardo, potremo definire CHIUSO un sistema in cui non si hanno flussi di massa attraverso la sua superficie di contorno; un tale sistema è dunque caratterizzato da massa costante. Al contrario sarà APERTO se attraverso la sua superficie di contorno avvengono flussi di massa (in entrata e/o in uscita) dando luogo di conseguenza ad un sistema a massa variabile. Ad esempio, un serbatoio ermeticamente chiuso contenente un fluido costituisce un sistema chiuso a massa costante poiché impedisce sia ingressi che fuoriuscite di massa, mentre una turbina idraulica, che prevede una sezione di ingresso ed una di uscita dell'acqua di alimentazione, subisce variazioni di massa ed è dunque un sistema aperto. Se un sistema è aperto, poiché la sua massa è variabile, risulta necessario stabilire convenzionalmente un volume di controllo che lo delimiti; tale volume è generalmente compreso tra le sezioni di ingresso e di uscita (vedi Figura 1).

Figura 1



Un sistema termodinamico si definisce ISOLATO se non è oggetto di flussi di energia, in particolare è ADIABATICAMENTE isolato, o più semplicemente ADIABATICO, se risulta termicamente isolato, ossia non scambia calore con l'ambiente esterno o con altri sistemi.

Per quello che riguarda la massa contenuta in un sistema, possiamo trovarla in una sola fase o stato di aggregazione, oppure in più fasi: nel primo caso il sistema sarà detto OMOGENEO mentre nell'altro caso sarà detto ETEROGENEO.

Un sistema può inoltre essere costituito da uno o più componenti. Ad esempio, l'aria che respiriamo è un sistema a più componenti (ossigeno O₂, azoto N₂, vapore acqueo H₂O ed altri gas in quantità minori), omogeneo poiché tutti i componenti si presentano allo stato gassoso, mentre un miscuglio di acqua liquida e ghiaccio è un sistema ad un solo componente ma eterogeneo, essendo in esso presenti contemporaneamente due fasi.

Un sistema è detto in EQUILIBRIO MECCANICO se non esiste moto relativo tra le sue parti, verificandosi evidentemente una condizione di equilibrio tra le forze ad esso applicate. Conseguenza dell'equilibrio meccanico è un valore uniforme della PRESSIONE in ogni suo punto.

Un sistema si trova poi in condizioni di EQUILIBRIO CHIMICO se al suo interno non sono in atto reazioni chimiche o fenomeni di diffusione di specie chimiche, il che comporta un valore uniforme del POTENZIALE CHIMICO di ciascuna specie presente.

Infine diciamo che il sistema si trova in condizioni di EQUILIBRIO TERMICO se in esso non avvengono fenomeni di scambio termico a causa di un valore uniforme della TEMPERATURA in ogni suo punto.

La coesistenza degli stati di equilibrio meccanico, chimico e termico comporta per il sistema considerato una condizione di EQUILIBRIO TERMODINAMICO.

E' possibile, a questo punto, attribuire ad un sistema in equilibrio termodinamico delle proprietà interne ed esterne, le prime, anche dette termostatiche, quali massa, volume, pressione, temperatura, etc., possono anche essere considerate come le coordinate termodinamiche del sistema, mentre le seconde, quali ad esempio la quota o la velocità rispetto ad un sistema di riferimento inerziale, determinano la sua posizione spazio-temporale e definiscono le coordinate meccaniche del sistema. La conoscenza delle coordinate meccaniche e di quelle termodinamiche consente di fissare lo stato del sistema.

In riferimento ad uno stato è possibile definire GRANDEZZE di STATO tutte quelle proprietà termodinamiche che sono univocamente determinate solo dallo stato stesso del sistema e che, nel passaggio da uno stato all'altro (trasformazione) subiscono variazioni dipendenti solo dalle condizioni iniziali e finali e non dal particolare percorso seguito. Da un punto di vista analitico tali grandezze sono funzioni potenziali e danno luogo, se differenziate, a differenziali esatti. Appartengono a tale categoria la temperatura T , la pressione p , il volume V , l'entalpia H , l'energia interna U e così via.

Possiamo effettuare un'ulteriore classificazione delle grandezze di stato suddividendole in INTENSIVE ed ESTENSIVE.

Si dicono intensive quelle grandezze che sono indipendenti dalla massa del sistema ed estensive, al contrario, quelle che dipendono dalla massa del sistema. Come diretta conseguenza di tali definizioni, alle grandezze estensive possiamo applicare la proprietà additiva, per cui, ad esempio, sommando i volumi di due sistemi si ottiene un sistema che ha per volume la somma dei due volumi componenti, mentre le grandezze intensive non godono di tale proprietà per cui, ad esempio, un sistema risultante dalla somma di due sistemi componenti con lo stesso valore di temperatura sarà anch'esso caratterizzato da quello stesso valore di temperatura e non dalla somma dei valori iniziali delle temperature dei due sistemi componenti.

Ad ogni grandezza estensiva corrisponde una intensiva ottenibile dividendo il suo valore per la massa, cioè introducendo la relativa grandezza specifica. Ad esempio, considerando un sistema di massa M si ha:

| | | |
|---------------------------|---|--|
| V : volume (m^3) | → | v : volume specifico V/M (m^3/kg) |
| H : entalpia (J) | → | h : entalpia specifica H/M (J/kg) |
| U : energia interna (J) | → | u : energia interna specifica U/M (J/kg) |

I simboli delle grandezze estensive si scrivono con la lettera maiuscola, quelle intensive con la lettera minuscola.

Tra le grandezze intensive di un sistema in condizioni di equilibrio termodinamico esistono delle relazioni che permettono di determinare il valore di una dalla conoscenza delle altre.

Il numero di variabili indipendenti di un sistema, quelle cioè che possono essere determinate indipendentemente l'una dall'altra senza modificare lo stato di aggregazione del sistema e consentendo di definirlo compiutamente dal punto di vista termodinamico, dipende dallo stato di aggregazione e dal numero di componenti che costituiscono il sistema stesso, secondo la seguente regola di Gibbs o delle fasi:

$$V = C - F + 2$$

dove:

V: numero di variabili indipendenti;

C: numero di componenti;

F: numero di fasi.

Esempio 1: miscuglio acqua liquida-ghiaccio: sistema chimicamente omogeneo ($C=1$), coesistenza di due fasi ($F=2$), $V = 1 - 2 + 2 = 1$ sistema monovariante: è sufficiente la conoscenza di una sola variabile intensiva per determinare lo stato del sistema;

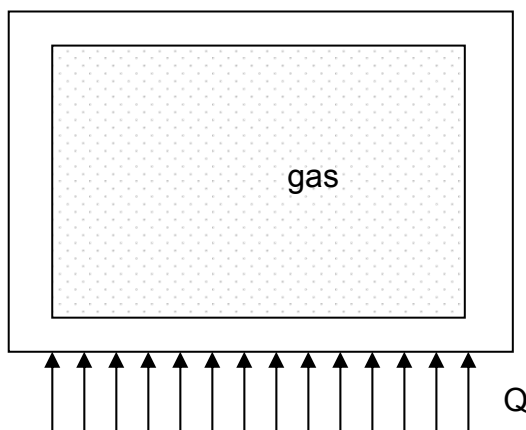
Esempio 2: ossigeno in una bombola: sistema chimicamente omogeneo ($C=1$), con un'unica fase ($F=1$), $V = 1 - 1 + 2 = 2$ sistema bivariante: è necessaria la conoscenza di due variabili intensive per determinare lo stato del sistema.

Le relazioni che esistono tra le grandezze di stato di un sistema, dette equazioni di stato, possono essere espresse in forma grafica, nei cosiddetti diagrammi di stato, che rappresentano, nello spazio a tre dimensioni, il luogo dei punti dei vari stati di aggregazione del sistema in funzione delle variabili di stato p, v e T . Essi sono utili per studiare le trasformazioni che subiscono i sistemi e consentono di fare interessanti considerazioni anche in relazione alle modalità con cui avvengono i passaggi di stato: solido-liquido, liquido-vapore, solido-vapore e viceversa.

Parallelamente alle grandezze di stato, vanno definite alcune grandezze dette di scambio, che non possono essere definite in corrispondenza di uno stato termodinamico, ma solo all'interno di una trasformazione. Sono infatti grandezze energetiche, che esprimono le quantità di energia meccanica (lavoro) o termica (calore) che, scambiate dal sistema con l'ambiente esterno o tra due sistemi, consentono lo svolgersi di una trasformazione. E' infatti grazie alla possibilità di scambiare calore e/o lavoro attraverso la sua superficie di contorno, che un sistema può evolvere da uno stato all'altro.

Si definisce infatti trasformazione ogni modificazione dello stato termodinamico di un sistema che comporti la variazione del valore assunto da almeno una delle grandezze di stato che lo caratterizzano rispetto alla condizione iniziale.

Figura 2



Se ad esempio ad un gas contenuto in un recipiente a pareti rigidamente fissate (vedi figura 2) viene fornita una certa quantità di calore, alcuni suoi parametri di stato, quali la temperatura e la pressione, variano mentre il volume rimane costante.

Il sistema dunque subisce una trasformazione passando da uno stato iniziale 1, cui corrispondevano alcuni valori delle grandezze di stato (p_1, v_1, T_1) ad uno finale 2 cui corrispondono altri valori delle grandezze di stato (p_2, v_2, T_2). Nel caso particolare in oggetto il sistema subisce una trasformazione che ha la caratteristica di conservare costante il valore del volume: una trasformazione di tal genere si dice ISOCORA. Altre trasformazioni possono essere caratterizzate dal valore costante di un altro o di due parametri di stato facendo contemporaneamente variare i rimanenti.

Le grandezze di scambio sono caratterizzate da un segno che indica il verso in cui la quantità in oggetto viene scambiata. Secondo una convenzione internazionale, il calore che un sistema cede all'esterno (uscente) viene considerato negativo, mentre quello che riceve da una sorgente esterna (entrante) è positivo. Al contrario il lavoro ceduto dal sistema all'esterno (uscente) è positivo, mentre si considera negativo se il sistema lo subisce dall'esterno.

Ad esempio, un gas all'interno di un sistema cilindro-pistone che espande grazie all'apporto di calore ricevuto da una sorgente esterna, riceve una quantità di calore positivo e compie un lavoro positivo. Al contrario lo stesso gas che viene compresso da una forza esterna subisce un lavoro che, dunque, è da considerarsi negativo.

Reversibilità dei processi termodinamici –Definizione di Lavoro

I processi termodinamici o trasformazioni che avvengono in natura (reali) sono sempre causati da uno squilibrio iniziale di una grandezza potenziale e sono caratterizzati da fenomeni dissipativi. Ad esempio, la corrente elettrica che attraversa un circuito viene messa in moto grazie ad una tensione (differenza di potenziale elettrico) e lungo il circuito si sviluppano fenomeni di dissipazione (trasformazione di energia elettrica in calore per effetto Joule); in una centrale idroelettrica, una massa d'acqua effettua un salto di quota sviluppando energia meccanica grazie alla differenza di energia potenziale gravitazionale che la caratterizza nelle condizioni iniziali e lungo il percorso dissipa in parte l'energia a disposizione a causa di fenomeni di attrito.

Durante lo svolgimento di un fenomeno reale lo squilibrio di potenziale che ne era stato origine tende a diminuire fino ad annullarsi. Questo rende impossibile lo svolgimento del fenomeno inverso senza un intervento dall'esterno, cioè senza che venga utilizzata un'altra forma di energia non appartenente al sistema. Una trasformazione di questo tipo si dice irreversibile poiché può avvenire solo in un verso (quello determinato dal verso dello squilibrio iniziale della grandezza potenziale) e non ha alcuna possibilità di verificarsi spontaneamente in senso opposto.

Un modello di trasformazione cui si fa ricorso per descrivere i processi termodinamici è quello di trasformazione REVERSIBILE. In contrasto con le caratteristiche appena enunciate, tipiche di tutte le trasformazioni reali, un processo reversibile non presenta alcun fenomeno di attrito e può svolgersi indifferentemente in un verso o nell'altro impiegando esattamente la stessa quantità di energia. In altre parole lo svolgimento del processo diretto e di quello inverso non lascia alcun segno nell'ambiente circostante, poiché essi vengono effettuati impiegando il potenziale di energia contenuto nel sistema nelle condizioni iniziali, senza alcun apporto dall'esterno, indifferentemente in un verso o nell'altro.

E' chiaro che un processo di questo tipo è ideale poiché presuppone assenza di fenomeni dissipativi, che sono invece sempre presenti in qualsiasi fenomeno fisico e la possibilità

che un fenomeno avvenga spontaneamente in un verso o nell'altro, circostanza questa irrealizzabile in natura.

Per meglio comprendere quest'ultima caratteristica propria della reversibilità immaginiamo un fenomeno termico che avvenga tra due sistemi o corpi a diversa temperatura: il calore passa spontaneamente dal corpo più caldo a quello più freddo. Il fenomeno inverso non avverrà mai naturalmente, ma possiamo avvicinarci sempre più ad una situazione in cui il trasferimento di calore avvenga indifferentemente nei due versi quanto più facciamo diminuire la differenza di temperatura tra i due sistemi. Quando tale differenza si annulla non c'è più nessun motivo per cui il calore vada da una parte o dall'altra, quindi abbiamo raggiunto la condizione voluta, ma, nello stesso tempo, non abbiamo più il presupposto che rende possibile la trasformazione, cioè lo squilibrio termico tra i due corpi. In altre parole, facendo tendere a zero la differenza di temperatura tra i due corpi abbiamo raggiunto le condizioni per la reversibilità, ma il fenomeno non ha più la possibilità di avere luogo poiché manca la causa che lo potrebbe generare. Si tratta dunque di un fenomeno ideale e non reale.

Facciamo ora riferimento ad un sistema chiuso, ad esempio una massa di gas contenuta in un sistema cilindro-pistone in grado di scambiare lavoro con l'esterno mediante espansione o compressione dovuta al movimento del pistone. Nel caso in cui il gas si espande parleremo di lavoro compiuto dal sistema sull'esterno (lavoro uscente), mentre nel caso di compressione del gas, il lavoro è subito dal sistema da parte dell'ambiente esterno (lavoro entrante).

Nel sistema cilindro-pistone illustrato in figura 3 si consideri la massa di gas in esso contenuta e si ipotizzi di trascurare l'attrito tra cilindro e pistone e tra i vari strati di fluido.

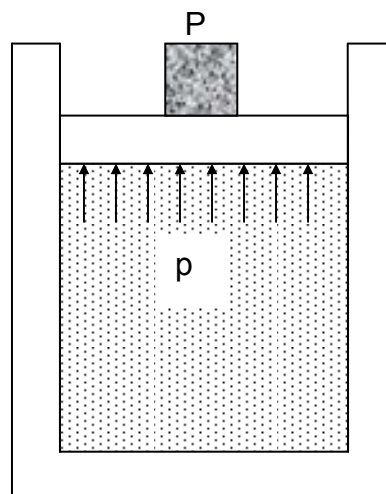
In condizioni di equilibrio, la pressione p esercitata dal gas sulla superficie interna del pistone equivale all'azione esercitata sul lato esterno dello stesso dalla forza peso P .

Se indichiamo con A l'area di contatto tra gas e pistone, possiamo scrivere:

$$P = A \cdot p$$

Ad ogni incremento o decremento di P (ΔP) corrisponde uno spostamento del pistone e, di conseguenza, un lavoro scambiato dal sistema con l'esterno.

Figura 3



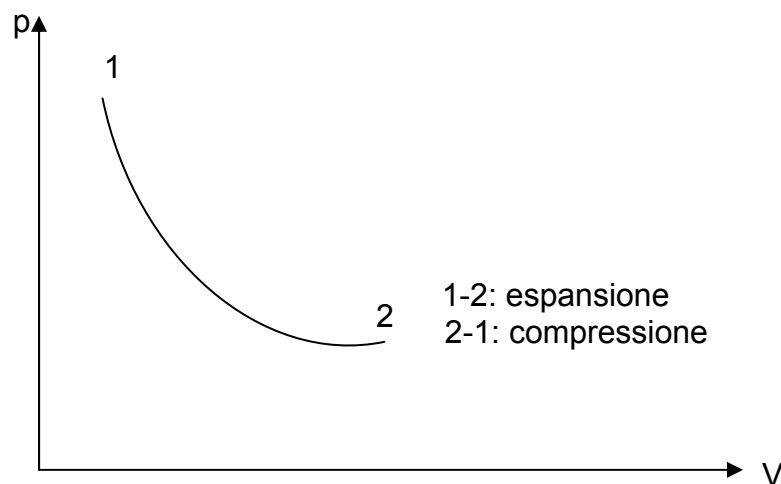
Se togliamo all'improvviso il peso P , il pistone si muove verso l'alto, non esistendo più equilibrio tra le forze interne e quelle esterne, e all'interno della massa di gas si innescano moti turbolenti delle particelle costituenti. Questo provoca una certa disuniformità spaziale di pressione e temperatura che rendono impossibile caratterizzare il sistema con un unico valore dei parametri di stato, in particolare della pressione p .

Se, al contrario, il peso P viene asportato gradualmente e lentamente, sottraendo porzioni infinitesime di peso dP , in ogni istante il sistema si trova in condizioni molto prossime all'equilibrio in corrispondenza delle quali le sue proprietà termodinamiche godono di uniformità spaziale.

In queste condizioni il sistema risulta caratterizzabile in ogni istante con un unico valore della pressione p . Un processo di questo tipo, passante attraverso infiniti stati di equilibrio successivi tra loro ed infinitamente vicini si dice QUASISTATICO e la trasformazione in oggetto è rappresentabile in un diagramma termodinamico p - V (espansione o compressione), come illustrato in figura 4.

Un processo quasistatico, in cui siano totalmente assenti fenomeni di attrito o dissipativi di ogni genere, si dice REVERSIBILE.

Figura 4



Per ogni tratto infinitesimo di espansione o compressione dx il sistema compie un lavoro dL . Tale lavoro è sempre esprimibile in funzione delle forze esterne:

Se $p_{est} = P/A$, allora:

$$dL = p_{est} \cdot A \cdot dx$$

In un processo reale, non potendo definire in ogni istante un valore della pressione interna rappresentativo dell'intero sistema e non potendo fissare posizioni di equilibrio tra forze esterne ed interne intermedie tra i punti iniziale e finale, non è possibile esprimere tale lavoro in funzione delle variabili interne del sistema e delle loro variazioni.

Ma se il processo ha caratteristiche di reversibilità il lavoro delle forze esterne è esprimibile in funzione della pressione interna poiché in ogni istante è possibile definire

una condizione molto vicina all'equilibrio, in cui pressione interna ed esterna si equivalgono. La reversibilità infatti sottintende la quasistaticità. In un processo reversibile si può allora scrivere la seguente relazione:

$$dL = p \cdot A \cdot dx$$

Siccome:

$$A \cdot dx = dV$$

dove dV è la variazione di volume nel cilindro, si ha:

$$dL = p \cdot dV$$

Se M è la massa del gas contenuto nel cilindro e v il suo volume specifico, si ha:

$$dL = p \cdot M \cdot dv$$

da cui è possibile ricavare il lavoro per unità di massa dl:

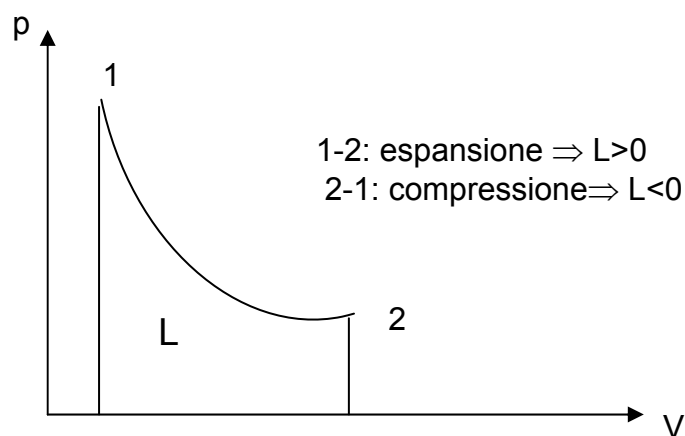
$$dl = p \cdot dv$$

In un processo finito 1-2 si può scrivere:

$$L_{12} = \int_1^2 p \cdot dV \quad (\text{J}) \quad \text{e} \quad l_{12} = \int_1^2 p \cdot dv \quad (\text{J/kg})$$

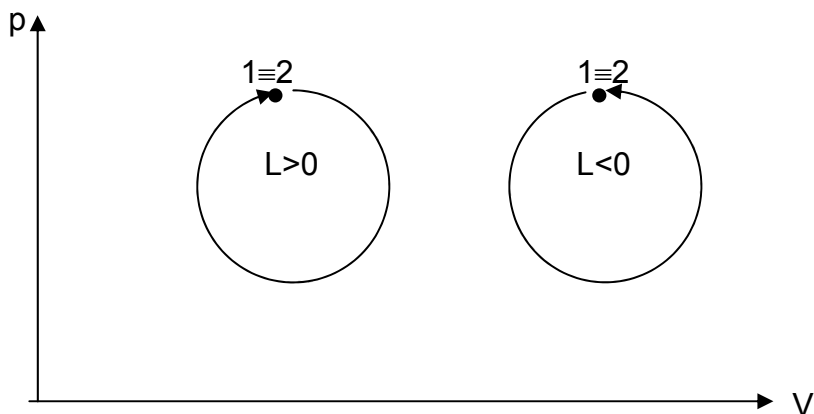
In un diagramma p-V (cfr.figura 5) il lavoro di espansione/compressione di un gas è espresso dall'area sottesa dalla linea che indica la trasformazione sull'asse delle ascisse. Il lavoro risulta positivo se la trasformazione comporta un aumento di volume (espansione), negativo in caso contrario (compressione).

Figura 5



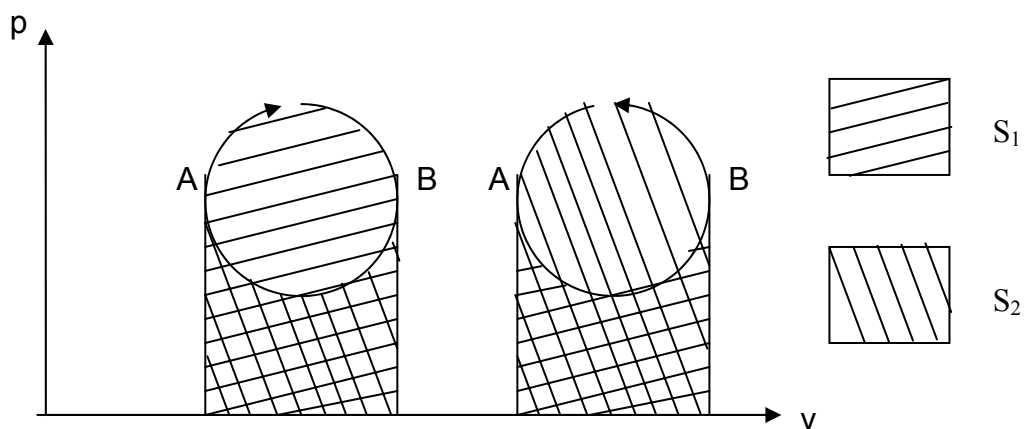
Se il punto iniziale e quello finale della trasformazione coincidono la trasformazione è chiusa o ciclica ed il lavoro risulta positivo se la trasformazione avviene in senso orario, negativo in caso contrario.

Figura 6



Infatti, supponiamo di percorrere il ciclo in senso orario, cioè di compiere un ciclo diretto, e consideriamo i due rami componenti individuati tracciando le rette verticali tangenti al ciclo nei punti A e B.

Figura 7



Essi sottendono rispetto all'asse delle ascisse due aree S_1 ed S_2 , per cui possiamo scrivere:

$$I_{ciclo} = \int_1^2 p \cdot dv = S_1 - S_2$$

Nel caso di ciclo diretto si ha $S_1 > S_2$ e, di conseguenza, $I_{\text{ciclo}} > 0$, mentre, nel caso di ciclo inverso, che prevede il verso di percorrenza antiorario, si ha $S_1 < S_2$, quindi $I_{\text{ciclo}} < 0$. Per calcolare il lavoro compiuto da un sistema lungo una trasformazione reversibile è necessario conoscere dunque l'andamento di p in funzione di V . Se la trasformazione è isobara ($p = \text{costante}$), il calcolo risulta molto semplice:

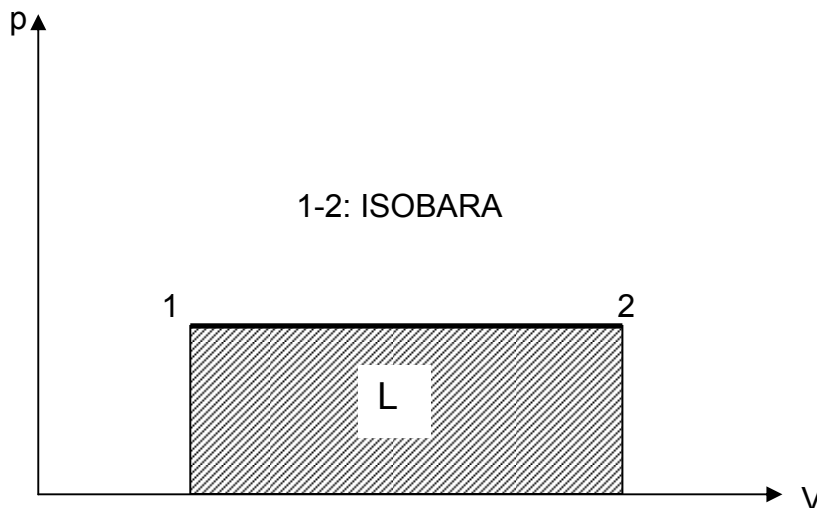
$$L_{12} = \int_1^2 p \cdot dV = p \cdot \int_1^2 dV = p \cdot (V_2 - V_1)$$

Graficamente il lavoro compiuto lungo una espansione/compressione isobara è dato dall'area del rettangolo sotteso dall'isobara sull'asse delle ascisse di lati p e $(V_2 - V_1)$, come illustrato in Figura 8.

Sottolineiamo ancora che l'espressione del lavoro indicata ($dL = p dV$) riguarda sempre processi reversibili cioè caratterizzati da velocità quasi nulla (infinitamente lenti) e da totale assenza di fenomeni d'attrito.

I processi reali non sono reversibili ma irreversibili, poiché avvengono sempre a velocità finita, per cui non hanno la caratteristica di quasi-staticità, e con fenomeni dissipativi quali l'attrito.

Figura 8



Energia interna di un sistema

Si definisce energia totale o livello energetico di un sistema la somma di tutte le forme di energia da esso possedute. Queste possono essere raggruppate in due grosse categorie: quelle manifeste a livello macroscopico, identificabili nell'energia potenziale ed in quella cinetica, e quelle che, invece, non sono apprezzabili a livello macroscopico, in quanto riguardano lo stato energetico delle particelle microscopiche (atomi, molecole ed elettroni) del sistema stesso. Quest'ultimo gruppo di energie va a costituire nel suo complesso una grandezza denominata ENERGIA INTERNA del sistema.

In particolare, a livello microscopico, possiamo attribuire alle molecole, agli atomi, agli elettroni ed a tutte le particelle elementari energie potenziali legate alle interazioni che si svolgono tra di loro; queste possono essere di tipo elettrico, poiché le particelle sono dotate di carica, oppure gravitazionale essendo esse dotate di massa.

Le molecole sono dotate inoltre di energia cinetica poiché animate da moti traslazionali, rotazionali e vibrazionali, mentre gli elettroni sono dotati di moto rotazionale intorno al proprio asse oltre che intorno al nucleo dell'atomo di appartenenza.

In termini analitici potremmo scrivere una relazione di questo tipo:

$$E = E_c + E_p + U$$

essendo:

E_c : energia cinetica del sistema [J];

E_p : energia potenziale del sistema [J];

U : energia interna del sistema [J].

Alle grandezze estensive scritte corrispondono le relative grandezze intensive e_c , e_p ed u misurabili in [J/kg], che indicano le quantità energetiche in relazione all'unità di massa del sistema.

Dunque, l'energia interna di un sistema e la sua corrispondente grandezza specifica indicano il contenuto globale di energia del sistema a livello microscopico, ossia lo stato energetico del sistema indipendentemente dalla posizione occupata nello spazio (*energia potenziale macroscopica*) e dalla sua velocità (*energia cinetica macroscopica*). L'energia interna di un corpo o di un sistema è in qualche modo legata al suo stato termico di cui è espressione macroscopica una grandezza di stato di difficile definizione ma di comune esperienza: la "temperatura".

Definizione della TEMPERATURA

Abbiamo già detto che la temperatura esprime a livello macroscopico, il contenuto energetico che ha un sistema a livello microscopico. In particolare essa non è espressione di tutta l'energia interna specifica del corpo, ma solo di una parte di essa, quella riguardante l'energia cinetica molecolare. Se facciamo infatti riferimento ad un processo termodinamico che dia luogo ad un cambiamento di stato (es: liquido → vapore o viceversa), durante la trasformazione il sistema subisce una variazione di energia interna specifica, legata allo spezzarsi o al ricostituirsi di legami tra gli atomi che costituiscono le molecole, con conseguente modificazione delle energie potenziali microscopiche, ma tali fenomeni sono tipicamente isotermi, cioè avvengono sempre a temperatura costante, per cui, in questo caso, ad una modificazione di energia interna del sistema non corrisponde una variazione di temperatura. L'energia termica necessaria ad effettuare tali cambiamenti di stato prende il nome di "CALORE LATENTE".

Quando, al contrario, al sistema viene fornito calore "SENSIBILE", in grado cioè di far variare la temperatura del sistema¹, l'energia cinetica delle molecole aumenta e di conseguenza aumenta la temperatura del sistema stesso. In questo caso, ad una variazione dell'energia interna corrisponde una variazione concorde della temperatura,

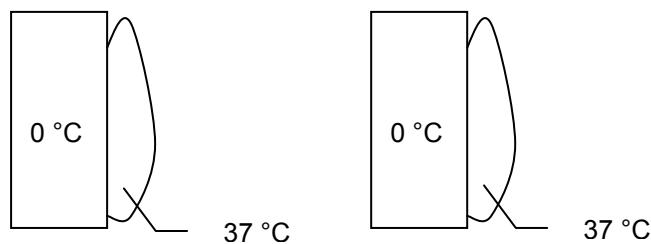
¹ Questa denominazione deriva proprio dal fatto che l'effetto di un tale fenomeno di scambio termico è percepibile in modo sensibile dal corrispondente aumento o diminuzione della temperatura.

che risulta perciò essere, in qualche misura, un indice dell'agitazione molecolare interna del sistema.

La temperatura è una grandezza di difficile definizione, poiché legata alla sensazione di caldo o di freddo prodotta da un corpo, sensazione che, in alcuni casi, può risultare ingannevole.

Infatti, se poniamo una mano a contatto con un corpo metallico in equilibrio termico con l'ambiente esterno considerato ad una temperatura tipicamente invernale, ad esempio 0 °C, percepiamo una sensazione diversa da quella prodotta, in condizioni analoghe, dal contatto con un corpo costituito da materiale isolante alla stessa temperatura. Il primo appare più freddo del secondo (vedi Figura 9).

Figura 9



Il calore passa dalla mano all'ambiente ($\Delta T = 37 \text{ °C}$) attraverso il materiale². All'interno dello strato di materiale metallico il calore passa rapidamente, mentre, nell'isolante, lo stesso fenomeno avviene più lentamente. A questa diversa velocità di svolgimento del fenomeno fisico sono legate le sensazioni termiche diverse: il metallo appare più freddo e l'isolante più caldo. Può risultare dunque ingannevole definire la temperatura basandosi sulla sensazione termica prodotta da un certo livello termico.

Per tentare di descriverla in modo corretto e di costruire delle scale termometriche adatte ad effettuarne la misura, partiamo dal confronto tra due sistemi termodinamici e stabiliamo quando essi hanno la stessa temperatura.

Consideriamo due sistemi a diversa temperatura inizialmente a contatto fra di loro: un serbatoio 1 contenente il gas 1 ed un serbatoio 2 con esso a contatto contenente il gas 2. Tra i due sistemi avvengono scambi termici che li conducono dopo un po' di tempo ad una condizione di equilibrio termico. Gli scambi sono tanto più veloci quanto più la parete che li separa è DIATERMICA, avendo definito con tale termine una parete che offre una resistenza nulla al passaggio di calore. Al contrario, gli scambi termici risultano tanto più lenti quanto più essa ha caratteristiche di adiabaticità, cioè risulta in grado di impedire il passaggio di calore. Nella realtà non esistono pareti diatermiche o adiabatiche, ma queste rappresentano dei modelli che descrivono condizioni estreme a cui ci si può avvicinare tanto più quanto più si fa diminuire o aumentare la resistenza termica del materiale, facendola tendere a zero nel primo caso e ad infinito nel secondo.

²All'interno di questo, il flusso termico conduttivo avviene secondo l'equazione: $\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = \frac{1}{\alpha} \cdot \frac{\partial T}{\partial \tau}$

con $\alpha = \frac{\lambda}{c \cdot \rho}$ diffusività termica. A piccoli valori di α corrispondono lente variazioni di temperatura, mentre a valori di α più elevati corrispondono rapide variazioni di temperatura.

Se la parete di separazione tra i due sistemi non è adiabatica, si consentono gli scambi termici e, durante il processo, le proprietà termodinamiche dei due sistemi p , v e T cambiano continuamente fino a che non si raggiunge una condizione di equilibrio. In uno stato di equilibrio le variabili p , v e T non possono più assumere valori arbitrari ma dipendono l'una dall'altra. Se, invece, la parete di separazione è adiabatica, questo rende impossibile il raggiungimento dell'equilibrio termico, di conseguenza le grandezze termodinamiche dei due sistemi possono variare arbitrariamente. In uno stato di equilibrio, la pressione, la temperatura ed il volume specifico di ciascuno dei due sistemi sono legati da una relazione del tipo:

$$f(p, v, T) = 0$$

per cui, permanendo tale stato di equilibrio, al variare di una, variano automaticamente le altre due secondo la funzione scritta.

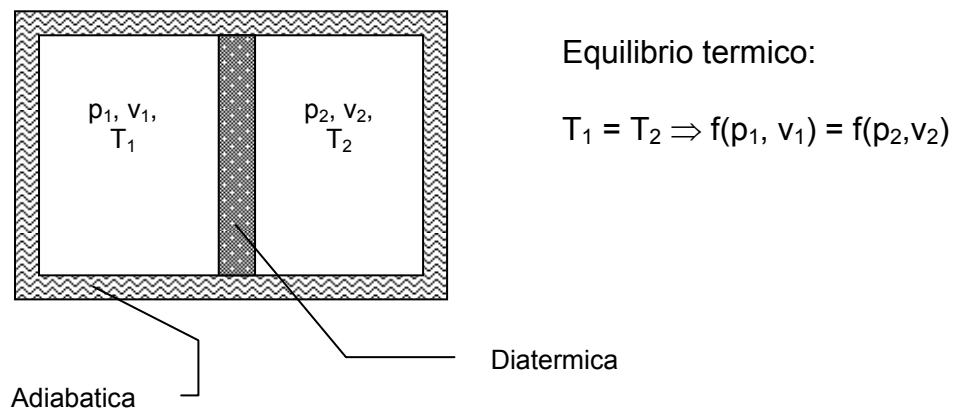
La relazione scritta può essere posta in forma esplicita rispetto alla temperatura:

$$T = f(p, v)$$

Consideriamo, con riferimento alla Figura 10, due sistemi inizialmente a diversa temperatura, separati da una parete diatermica. Dopo un certo tempo raggiungeranno la condizione di equilibrio termico. Due sistemi in equilibrio termico hanno in comune il valore della TEMPERATURA, di conseguenza possiamo scrivere:

$$T_1 = f(p_1, v_1) = T_2 = f(p_2, v_2)$$

Figura 10



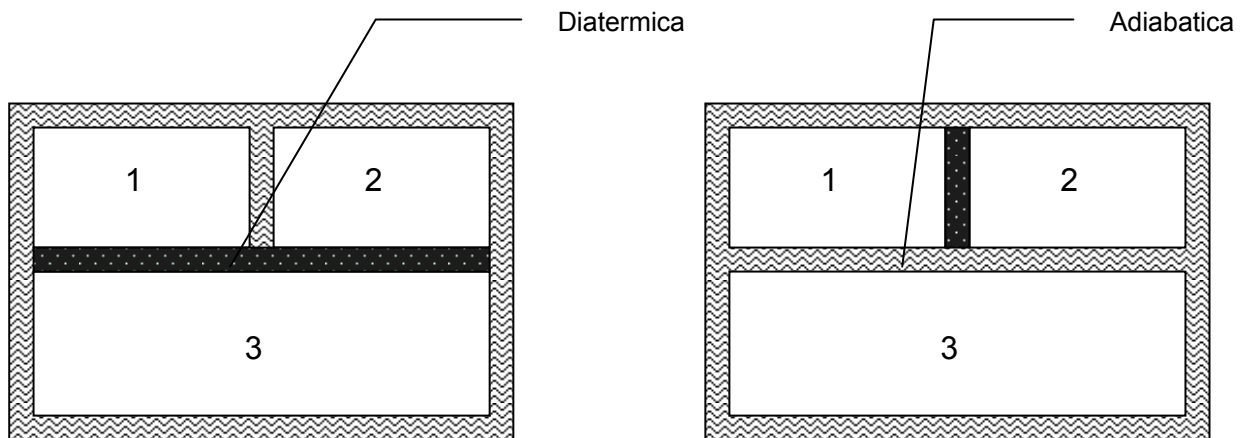
Supponiamo ora di fare un altro esperimento. Ipotizziamo che i sistemi 1 e 2 siano a contatto mediante una parete diatermica con un terzo sistema e, contemporaneamente, che ogni scambio termico tra di essi sia inibito mediante una parete adiabatica (vedi Figura 11). Partendo da una condizione iniziale di squilibrio termico, dopo un certo periodo di tempo, i sistemi 1 e 2 si portano in condizioni di equilibrio termico con il sistema 3, per cui si ha:

$$T_1 = T_3$$

$$T_2 = T_3$$

Successivamente, se si rende adiabatica la parete che prima era diatermica e diatermica quella di separazione tra 1 e 2 che prima era adiabatica, si impediscono gli scambi termici, rispettivamente, fra 1 e 3 e fra 2 e 3, e si consente viceversa lo scambio fra 1 e 2. Si osserva il perdurare in 1 ed in 2 di uno stato di equilibrio termico con totale assenza di scambi termici.

Figura 11



Di conseguenza si deduce:

$$T_1 = T_2$$

Si può a questo punto enunciare il *Principio zero della Termodinamica*:

“Se due sistemi sono in equilibrio termico con un terzo sistema, lo sono anche tra di loro ed hanno in comune la proprietà *temperatura*”.

$$\begin{array}{l} T_1 = T_3 \\ T_2 = T_3 \end{array} \Rightarrow T_1 = T_2$$

Si considerino ancora due sistemi in equilibrio termico fra di loro. Risulterà:

$$T_1 = T_2 = f(p_2, v_2)$$

con ovvio significato dei simboli.

Questo significa che esistono una serie di coppie di valori di p e v del sistema 2 che realizzano l'equilibrio termico con il sistema 1, poiché 1 e 2 hanno la stessa temperatura. Il sistema 2 può essere allora utilizzato per misurare la temperatura del sistema 1 se, mantenuta costante una delle due proprietà p e v , si fa variare l'altra. In altre parole il sistema 2 costituisce un *“termometro”*, uno strumento cioè in grado di misurare la temperatura di un corpo. A seconda della grandezza che viene fatta variare, si hanno vari tipi di termometri: ad esempio, in un termometro a gas a pressione costante viene fatto variare il volume, mentre la pressione rimane costante; al contrario, in un termometro a gas a volume costante, è la pressione che varia mentre il volume rimane costante.

Quella delle due variabili che, di volta in volta, viene fatta variare, è la variabile termometrica del termometro in oggetto. Conoscendo la legge con cui tale grandezza varia in funzione della temperatura, si può costruire e tarare una opportuna scala di misura della temperatura in riferimento alle variazioni che essa subisce durante la misura.

Indichiamo adesso con x la generica variabile termometrica e definiamo, rispetto ad essa, la grandezza temperatura.

Scegliamo, tra tutte quelle possibili, la più semplice relazione tra la temperatura e la variabile termometrica:

$$T = a \cdot x$$

dove a è una costante.

Per definire T , nota x , si deve determinare il valore assunto da a . E' possibile farlo attraverso due metodi.

I METODO

Il primo metodo prevede di fissare due punti di riferimento precisi e riproducibili in laboratorio, il primo denominato "punto di fusione normale" (PFN) ed il secondo "punto di ebollizione normale" (PEN).

Il PFN corrisponde alla condizione in cui acqua pura allo stato solido fonde alla pressione atmosferica, mentre il PEN fa riferimento alla condizione in cui acqua pura allo stato liquido vaporizza alla pressione atmosferica.

Poniamo inizialmente il termometro in un recipiente contenente acqua pura al punto di fusione normale. Indichiamo con x_g il valore assunto dalla variabile termometrica e con T_g il corrispondente valore della temperatura; il pedice g indica la condizione iniziale di ghiaccio. Si ha:

$$T_g = a \cdot x_g$$

Successivamente poniamo lo stesso termometro in un recipiente con acqua pura al punto di ebollizione normale ed indichiamo con x_v il valore assunto dalla variabile termometrica e con T_v il corrispondente valore della temperatura. In questo caso possiamo scrivere:

$$T_v = a \cdot x_v$$

Combinando le tre relazioni si ottiene:

$$T_v - T_g = a \cdot (x_v - x_g)$$

$$T(x) = a \cdot x$$

Da cui si ottiene :

$$T_v - T_g = \frac{T(x)}{x} \cdot (x_v - x_g) \Rightarrow T(x) = \frac{T_v - T_g}{(x_v - x_g)} \cdot x$$

Per definire la scala di temperatura è necessario fissare, arbitrariamente, l'intervallo di ampiezza dell'unità di misura. Si stabilisce pertanto che la differenza $T_v - T_g$ sia uguale a 100 e si ottiene:

$$T_v - T_g = 100 \Rightarrow T(x) = 100 \cdot \frac{x}{x_v - x_g}$$

Esistono vari tipi di termometri con diverse variabili termometriche. A seconda della proprietà termometrica scelta, si ha ad esempio:

$$T(L) = 100 \cdot \frac{L}{L_v - L_g} \quad (\text{L: livello di liquido in un termometro a mercurio});$$

$$T(R) = 100 \cdot \frac{R}{R_v - R_g} \quad (\text{R: resistenza in un termometro a resistenza elettrica});$$

$$T(p) = 100 \cdot \frac{p}{p_v - p_g} \quad (\text{p: pressione in un termometro a gas a volume costante});$$

$$T(V) = 100 \cdot \frac{V}{V_v - V_g} \quad (\text{V: volume in un termometro a gas a pressione costante}).$$

Si pone a questo punto il problema della ripetitività della misura.

Il termometro a gas a volume costante, che prevede la pressione come variabile termometrica, si mostra ripetitivo nelle misure, indipendentemente dal tipo di gas scelto, tanto più quanto più bassa è la pressione di partenza del gas nel bulbo termometrico. Tale condizione si realizza ad esempio introducendo nel bulbo una piccola massa di gas, ottenendo un gas molto rarefatto. In una tale situazione i legami tra le molecole che compongono il gas risultano molto poco intensi; analogamente, le interazioni tra le particelle risultano estremamente deboli, in modo che esse sono quasi indipendenti le une dalle altre. Un gas di questo tipo si avvicina ad un modello di gas detto “*gas ideale o perfetto*”, che viene adottato, come vedremo in seguito, per descrivere, con un margine di errore sufficientemente piccolo, il comportamento di molti gas reali. In ultima analisi possiamo affermare che il comportamento di un gas tende sempre più a quello di gas ideale quanto più bassa è la sua pressione. Adottando un termometro a gas ideale a volume costante, la definizione della temperatura diventa la seguente:

$$T = \lim_{p_{\text{gas}} \rightarrow 0} 100 \cdot \frac{p}{p_v - p_g} = 100 \cdot \lim_{p_{\text{gas}} \rightarrow 0} \frac{p}{p_v - p_g}$$

dove con p_{gas} si indica evidentemente la pressione del gas nel bulbo termometrico.

L'espressione scritta definisce la temperatura del termometro a gas ideale a volume costante che si misura in K.

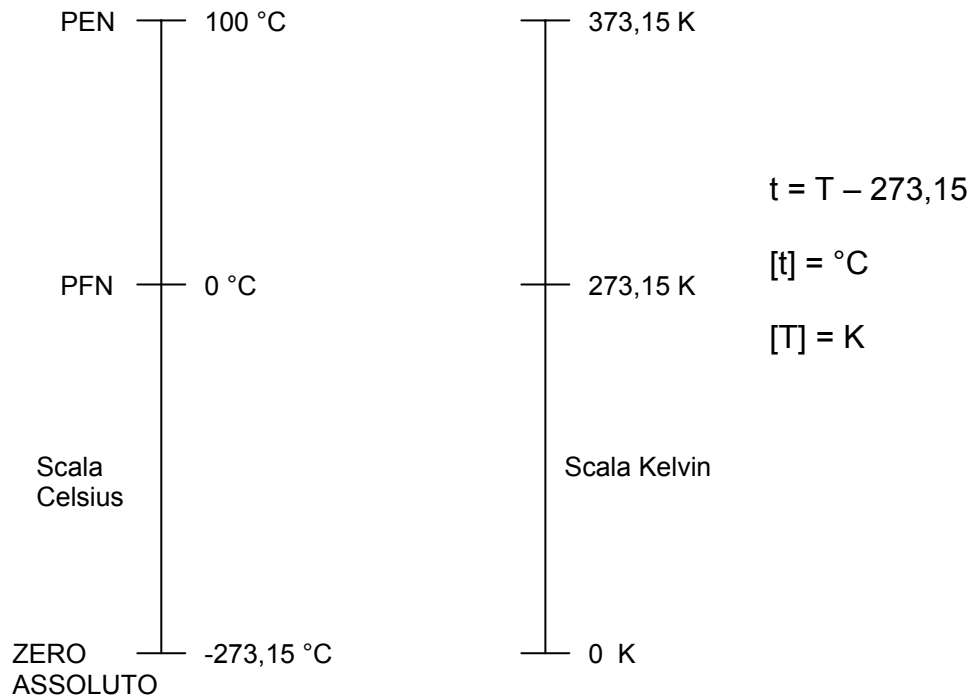
La temperatura di fusione normale dell'acqua (PFN) a questo punto vale:

$$T_g = 100 \cdot \lim_{p_{\text{gas}} \rightarrow 0} \frac{p_g}{p_v - p_g} = 100 \cdot \lim_{p_{\text{gas}} \rightarrow 0} \frac{1}{\frac{p_v}{p_g} - 1}$$

Le più accurate misure sperimentali di tale grandezza hanno prodotto il valore seguente:

$$T_g = 273,15K$$

Tale valore costituisce il punto di zero della scala centigrada o Celsius. Questa scala prevede inoltre la stessa ampiezza del singolo grado rispetto a quella della scala Kelvin (K), per cui si ha:



II METODO

Il secondo metodo, in accordo con le indicazioni date nel 1954 dalla Conferenza Generale di Pesi e Misure, utilizza, per la determinazione della costante “a” nell’espressione:

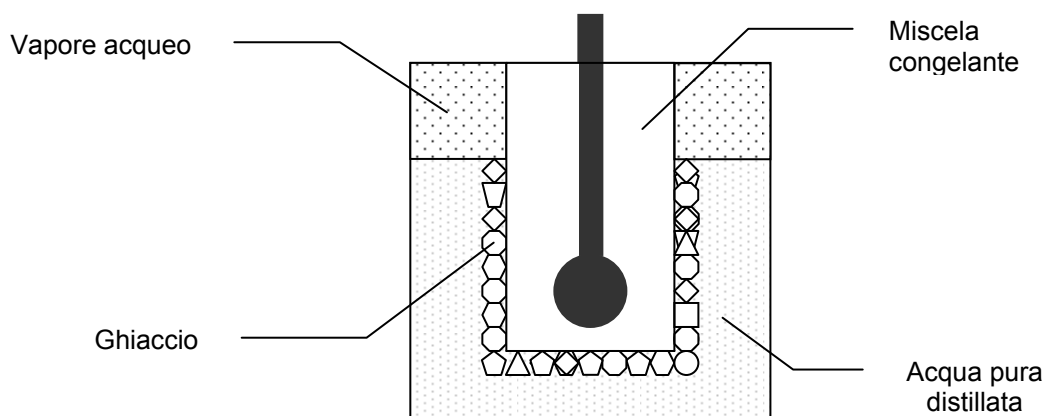
$$T(x) = a \cdot x$$

la conoscenza di un solo punto fisso riproducibile, il punto triplo dell’acqua P_T , stato di coesistenza della fase solida, di quella liquida e di quella gassosa.

Con riferimento alla figura 12, consideriamo un recipiente contenente acqua pura distillata con una cavità interna. Mediante una pompa da vuoto si estrae l’aria e si sigilla il recipiente. L’abbassamento della pressione provoca l’evaporazione di parte dell’acqua sul pelo libero del liquido. La pressione che si instaura è dunque dovuta al solo vapore acqueo e dipende dalla temperatura in cui si trova il sistema.

Nella cavità interna si pone una miscela congelante che provoca la formazione di uno strato di ghiaccio nel recipiente nella zona adiacente la cavità. Si inserisce, a questo punto, nella cavità, il bulbo di un termometro a gas. Poiché esso si trova ad una temperatura maggiore di quella della miscela congelante, cede al sistema una certa quantità di calore che provoca la fusione di un sottile strato di ghiaccio sulla parete. In questo modo si realizza la coesistenza delle fasi solida, liquida e vapore, cioè lo stato termodinamico denominato punto triplo.

Figura 12



Si fissa la temperatura del punto triplo come segue:

$$T_T = 273,16 \text{ K}$$

Se si indica con x_T il valore assunto dalla variabile termometrica in corrispondenza del punto triplo dell'acqua, si può scrivere:

$$T_T = a \cdot x_T \Rightarrow 273,16 = a \cdot x_T \Rightarrow a = \frac{273,16}{x_T}$$

$$T(x) = a \cdot x \Rightarrow T(x) = 273,16 \frac{x}{x_T}$$

Scegliendo anche in questo caso il termometro a gas a volume costante a comportamento ideale, si ha:

$$T(p) = 273,16 \cdot \lim_{p_{\text{gas}} \rightarrow 0} \frac{p}{p_T}$$

con ovvio significato dei simboli.

Quella scritta è l'attuale definizione operativa della temperatura, misurabile in K. Il Kelvin (K) risulta quindi definito come l'ampiezza di intervallo di temperatura pari alla frazione $1/273,16$ della temperatura del punto triplo dell'acqua.

La pressione al valore di saturazione del punto triplo è $p_T = 0,006 \text{ atm}$.

Aumentando la pressione, diminuisce la temperatura di fusione.³ Questa osservazione conferma che la scelta del valore della temperatura del punto triplo dell'acqua risulta in accordo con il valore della temperatura di fusione normale pari a $273,15 \text{ K}$, cioè $0,01 \text{ K}$ inferiore alla T_T .

Il punto triplo dell'acqua è quindi pari a :

$$T_T = 273,16 \text{ K}$$

³ L'acqua è una delle pochissime sostanze il cui volume diminuisce durante un processo di fusione, di conseguenza un aumento della pressione favorisce la fusione abbassando la temperatura a cui si realizza.

$$t_T = 0,01^\circ C$$

$$p_T = 0,006 atm$$

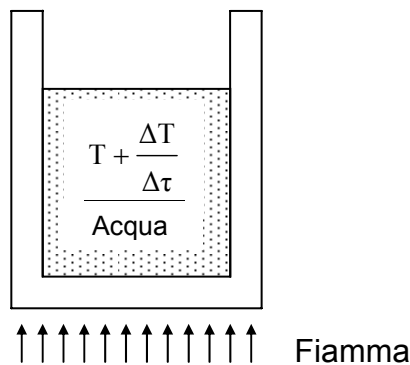
Regime stazionario o permanente e regime transitorio o variabile

Si definisce “stazionario” un regime in cui le grandezze che influenzano il fenomeno rimangono costanti nel tempo. Al contrario, si definisce “transitorio” o “variabile” un regime in cui tali grandezze variano in funzione del tempo.

- *Esempio di regime transitorio:*

Fenomeno di scambio termico tra una sorgente di calore (fiamma) ed un sistema termodinamico (acqua contenuta in un recipiente).

Figura 13

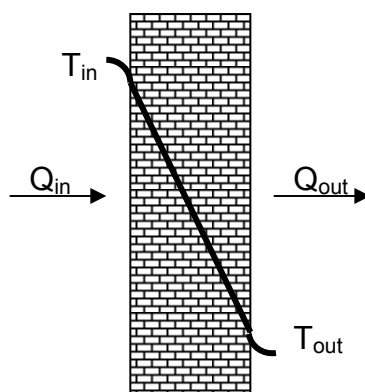


In seguito al calore ceduto dalla sorgente al sistema, la temperatura dell'acqua subisce continue variazioni nel tempo.

- *Esempio di regime stazionario:*

Una parete sottoposta ad una differenza di temperatura è attraversata da un flusso termico ad essa proporzionale. Se il calore entrante equivale a quello uscente l'andamento termico all'interno della parete rimane costante nel tempo.

Figura 14



In un processo termodinamico in regime variabile, il comportamento del sistema è condizionato dalla sua CAPACITA' TERMICA, che si definisce come "la quantità di calore scambiata da un sistema durante una trasformazione per unità di variazione di temperatura".

$$C = \frac{\Delta Q}{\Delta T} \quad [\text{J/K}]$$

A rigore, poiché in un processo di scambio termico la temperatura di un corpo varia in modo non regolare, la capacità termica va definita con riferimento alle grandezze infinitesime:

$$C = \frac{dQ}{dT} \quad [\text{J/K}]$$

La capacità termica di un sistema esprime la sua inerzia termica: un sistema caratterizzato da un elevato valore della capacità termica offre una notevole resistenza a subire variazioni di temperatura in seguito ad uno scambio termico. In parole semplici, sarà necessario fornire una grossa quantità di calore ad un corpo di elevata capacità termica perché la sua temperatura aumenti di 1 K. Al contrario piccoli valori della capacità termica sono indici di una ridotta inerzia termica ed un corpo con tale caratteristica varia facilmente la sua temperatura se subisce un fenomeno di scambio termico.

Accanto alla grandezza estensiva si può definire, anche in questo caso, la corrispondente specifica, cioè intensiva, denominata "calore specifico". Si definisce calore specifico di un sistema la quantità di calore necessaria all'unità di massa del sistema stesso per farle subire una variazione unitaria di temperatura.

$$c = \frac{dQ}{M \cdot dT} \quad [\text{J/kg K}]$$

Tra la capacità termica ed il calore specifico di un corpo esiste, ovviamente, la seguente relazione:

$$c = \frac{C}{M}$$

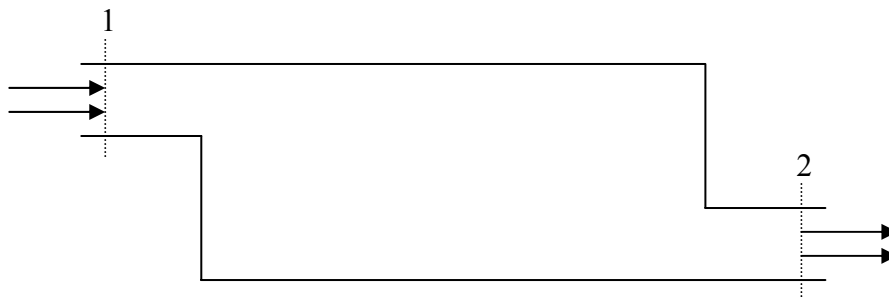
**Equazioni di bilancio di massa e di energia:
I Principio della TERMODINAMICA**

Come già chiarito in precedenza, mentre un sistema aperto consente flussi di massa e di energia attraverso le sezioni di ingresso e di uscita e flussi di energia attraverso la sua superficie di contorno, i sistemi chiusi, essendo delimitati da pareti rigide senza parti mobili, possono essere interessati solo da scambi di energia attraverso le superfici di contorno.

Consideriamo ora alcune equazioni che descrivano analiticamente dei bilanci di tali grandezze fino ad enunciare uno dei principi fondamentali della termodinamica: il I Principio, anche detto Principio di conservazione dell'energia.

Facciamo innanzitutto riferimento ad un sistema aperto, che preveda, per semplicità, una sola sezione di ingresso (1) ed una di uscita (2), come quello rappresentato in figura 15.

Figura 15



Consideriamo un fluido in movimento che costituisce il nostro sistema, delimitato dal volume di controllo individuato dalla superficie laterale del condotto e dalle sezioni di ingresso e di uscita 1 e 2. Supponiamo che all'interno del sistema non ci sia generazione di massa, fenomeno questo che del resto potrebbe verificarsi solo in presenza di reazioni nucleari in cui massa ed energia possono trasformarsi l'una nell'altra.

Consideriamo un tempo infinitamente piccolo dt all'interno del quale effettuare il bilancio di massa del sistema. In tale intervallo di tempo infinitesimo definiamo:

dM_1 : massa entrante attraverso la sezione 1;

dM_2 : massa uscente attraverso la sezione 2;

M_v : massa del volume di controllo;

dM_v : variazione infinitesima della massa contenuta all'interno del volume di controllo.

Possiamo scrivere:

$$dM_1 - dM_2 = dM_v$$

da cui:

$$\frac{dM_1}{dt} - \frac{dM_2}{dt} = \frac{dM_v}{dt}$$

ottenuta dividendo entrambi i membri per il dt .

Le grandezze che intervengono nel bilancio scritto sono delle portate, cioè masse per unità di tempo e si misurano in kg/s. In particolare dM_1/dt indica la portata entrante, mentre dM_2/dt indica la portata uscente. Al contrario la grandezza dM_v/dt indica la variazione di massa del sistema nell'unità di tempo.

In regime transitorio o variabile possiamo pertanto scrivere che la differenza tra la portata in entrata e quella in uscita equivale alla variazione di massa del sistema nell'unità di tempo. Per le portate si può utilizzare una simbologia che prevede l'apposizione del punto sopra la lettera utilizzata; con tale simbolismo l'equazione di bilancio diventa:

$$\dot{M}_1 - \dot{M}_2 = \frac{dM_v}{dt}$$

Se il sistema prevede n ingressi ed m uscite si ha:

$$\sum_{i=1}^n \dot{M}_i - \sum_{j=1}^m \dot{M}_j = \frac{dM_v}{dt}$$

con ovvio significato dei simboli.

Se il regime è permanente o stazionario, la massa del sistema non subisce variazioni nel tempo, per cui le due equazioni di bilancio scritte assumono la forma seguente:

$$\dot{M}_1 = \dot{M}_2$$

$$\sum_{i=1}^n \dot{M}_i = \sum_{j=1}^m \dot{M}_j$$

ossia in regime stazionario i flussi di massa in ingresso ed in uscita sono perfettamente equivalenti, per cui la portata assume lo stesso valore in qualunque sezione del tubo sia considerata.

Se indichiamo con ρ (kg/m³) la densità del fluido, possiamo mettere in relazione la portata in massa o massica con quella in volume o volumetrica. Quest'ultima può essere definita come il volume di fluido che attraversa una sezione nell'unità di tempo e si misura in m³/s. Vale la seguente relazione:

$$\dot{M} = \rho \cdot \dot{V}$$

Se il fluido è incomprimibile, quindi ρ costante, e il regime stazionario, la portata in massa e quella in volume risultano entrambe costanti. Se poi si verifica il caso particolare che il sistema sia costituito da un fluido che percorre una tubazione a sezione costante con un solo ingresso ed una sola uscita, allora il valore costante della portata volumetrica comporta un valore costante della velocità di percorrenza del fluido. Infatti, indicando con A la sezione del condotto perpendicolare alla direzione di moto del fluido e con w la sua velocità, si può scrivere:

$$\dot{V} = A \cdot w$$

da cui si ricava che se A è costante anche w risulta tale.

Al contrario, se si desidera far variare la velocità di percorrenza del fluido occorre far variare la sezione del condotto, aumentandola per far diminuire la velocità e diminuendola per accelerare il moto del fluido.

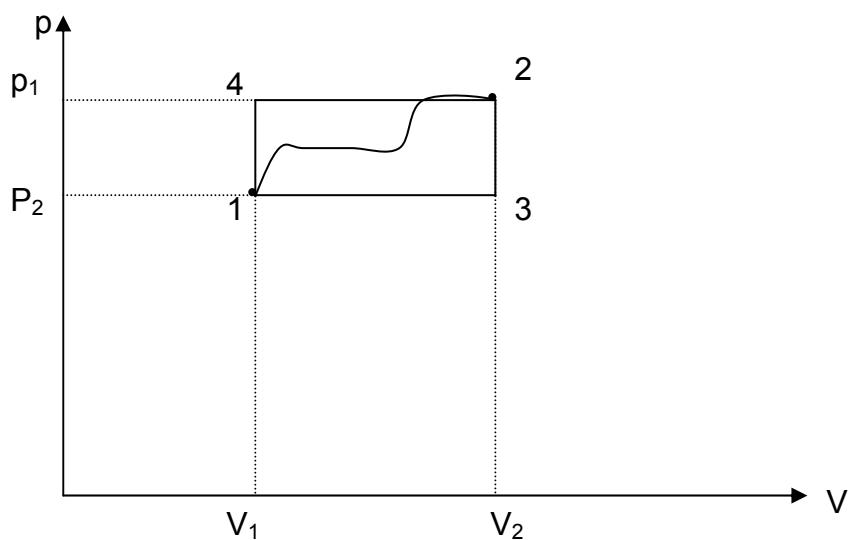
Riepilogando, possiamo affermare che, in regime stazionario, il moto di un fluido in un condotto è caratterizzato da un valore costante della portata massica; se il fluido è incomprimibile, ad esempio un liquido, questo comporta il valore costante anche della portata in volume, ed infine se la sezione del condotto è costante risulta costante anche la velocità con cui il fluido si muove nel condotto.

I flussi di massa che hanno luogo in un sistema aperto attraverso le sezioni di ingresso e di uscita non sono possibili in un sistema chiuso che consente solo flussi di energia attraverso le sue superfici di contorno.

Quando un sistema, chiuso o aperto che sia, scambia con l'esterno o con altri sistemi energia termica o meccanica compie una trasformazione; anzi è proprio la possibilità di scambiare energia che consente al sistema di modificare il suo stato termodinamico e cioè di compiere una trasformazione. Durante una trasformazione infatti variano le grandezze di stato del sistema passando dai valori iniziali a quelli finali in relazione alle quantità di lavoro e/o calore scambiati.

Rappresentiamo sul diagramma p-V o di *Clapeyron* i punti iniziale e finale di una trasformazione 1-2, che può svolgersi secondo diversi percorsi, passando attraverso punti intermedi, come il 3 ed il 4, o direttamente.

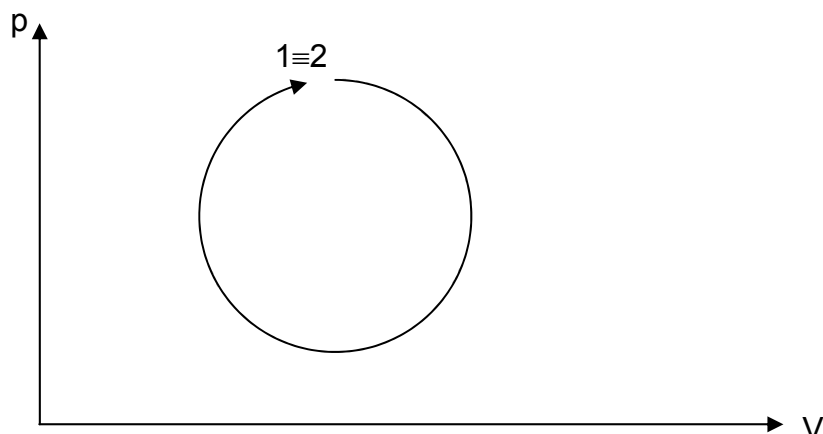
Figura 16



Il tipo di percorso effettuato dipende dai diversi valori delle quantità di scambio (calore e lavoro) impiegate, ma, qualunque sia il percorso seguito, i valori di p e di V, nonché di tutte le altre grandezze di stato variano allo stesso modo, per cui la pressione varia da p_1 a p_2 ed il volume da V_1 a V_2 . Se poi la trasformazione è di tipo ciclico (vedi Figura 17), con $1 \equiv 2$, le grandezze di stato non subiscono alcuna variazione essendo coincidenti gli stati iniziale e finale, mentre il lavoro ed il calore complessivamente scambiati risultano diversi da zero. Si può pertanto scrivere:

$$\oint dQ \neq 0 \quad \text{e} \quad \oint dL \neq 0$$

Figura 17



Da osservazioni sperimentali si è dedotto però che, in una trasformazione ciclica, c'è uguaglianza tra la somma algebrica di tutte le quantità di calore scambiate e la somma algebrica di tutte le quantità di lavoro scambiate:

$$\oint dQ = \oint dL \Rightarrow \oint d(Q - L) = 0$$

Dall'equazione scritta si deduce che, mentre le quantità di calore e di lavoro nette scambiate in una trasformazione ciclica risultano diverse da zero, la loro differenza si annulla andando a costituire un differenziale esatto $d(Q-L)$. Se $d(Q-L)$ è un differenziale esatto esiste una funzione potenziale E che costituisce il suo integrale indefinito, per cui, all'interno di una trasformazione definita, si può scrivere la seguente relazione:

$$dQ - dL = dE \Rightarrow \int_1^2 d(Q - L) = E_2 - E_1$$

Possiamo pertanto affermare che, mentre dQ e dL rappresentano quantità di calore e di lavoro infinitamente piccole e non differenziali esatti, la loro differenza è un differenziale esatto il cui integrale indefinito è una grandezza di stato. In altre parole il I Principio della Termodinamica afferma che, mentre il calore ed il lavoro scambiati lungo una trasformazione sono diversi tra loro e dipendono strettamente dal tipo di trasformazione seguita, la loro differenza equivale alla variazione di una grandezza di stato, dunque non dipende dalla trasformazione effettuata ma solo dai suoi punti iniziale e finale.

La grandezza di stato in oggetto è l'energia totale del sistema, somma dell'energia interna e delle energie cinetiche e potenziali del sistema a livello macroscopico.

Si può pertanto scrivere:

$$dE = dE_c + dE_p + dU \Rightarrow dQ - dL = dE_c + dE_p + dU$$

essendo:

E_c : energia cinetica del sistema;

E_p : energia potenziale del sistema;

U : energia interna del sistema.

Nei problemi inerenti le trasformazioni termodinamiche oggetto di questo corso le variazioni di energia cinetica e potenziale che caratterizzano i sistemi sono sempre trascurabili rispetto alla variazione di energia interna, per cui si perviene alla seguente espressione del I Principio:

$$dU = dQ - dL$$

La corrispondente espressione valida per le grandezze specifiche vale di conseguenza:

$$du = dq - dl$$

mentre le espressioni in forma finita assumono la forma seguente:

$$\int_1^2 d(Q - L) = U_2 - U_1 \Rightarrow \Delta Q - \Delta L = \Delta U \quad \text{e} \quad \int_1^2 d(q - l) = u_2 - u_1 \Rightarrow \Delta q - \Delta l = \Delta u$$

Le relazioni scritte hanno validità generale, in particolare non dipendono dal tipo di sistema, chiuso o aperto, che compie le trasformazioni, salvo ricordare che mentre in un sistema aperto sono possibili flussi di massa e gli scambi di energia possono avvenire sia attraverso ingressi ed uscite, che attraverso la superficie di contorno del sistema, i sistemi chiusi sono caratterizzati da massa costante e gli scambi di energia possono aver luogo solo attraverso la superficie di contorno del sistema considerato.

Applicazioni del I principio a trasformazioni notevoli

Proviamo ora ad applicare le espressioni scritte del I Principio ad alcune trasformazioni tipiche con caratteristiche di reversibilità facendo riferimento ad una massa di gas che evolve all'interno di un sistema cilindro pistone, potendo effettuare espansioni o compressioni a seconda del movimento del pistone.

Possiamo scrivere, con riferimento alla generica trasformazione 1-2:

$$L_{12} = \int_1^2 p \cdot dV$$

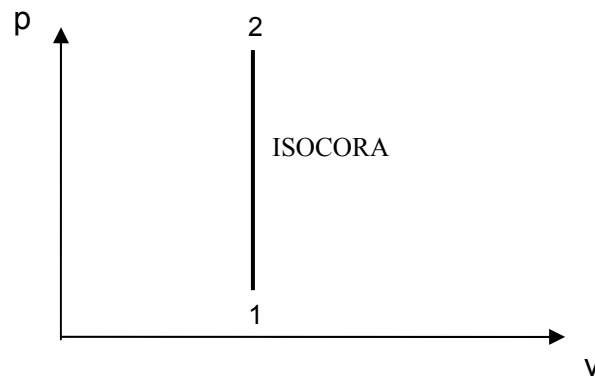
$$l_{12} = \int_1^2 p \cdot dv$$

In generale non è nota la relazione $p = p(V)$ che permette di risolvere l'integrale in questione e di calcolare, così, il lavoro scambiato, se non in alcuni casi notevoli, quali i seguenti:

Processo ISOCORO

Il caso più semplice è quello di un processo a volume costante, caratterizzato da $dv = 0$. Su un diagramma p-v tale trasformazione è rappresentata da un segmento perpendicolare all'asse delle ascisse, come illustrato in Figura 18

Figura 18



In tale processo, detto “isocoro”, si ha:

$$dV = 0 \Rightarrow dL = p \cdot dV = 0$$

$$L_{12} = \int_1^2 p \cdot dV = 0$$

Dall'espressione del I Principio, possiamo scrivere:

$$dQ = dU + dL$$

$$dL = 0 \Rightarrow dQ = dU \Rightarrow Q_{1,2} = U_2 - U_1$$

In termini specifici:

$$q_{1,2} = u_2 - u_1$$

Dunque, in una trasformazione isocora, il lavoro scambiato è nullo ed il calore scambiato equivale sempre alla differenza dei valori assunti dall'energia interna del sistema. Questo significa che, ogniqualvolta un sistema compie una trasformazione a volume costante, il calore che gli viene somministrato o sottratto si trasforma tutto in variazione di energia interna e tale variazione si traduce in una modificazione corrispondente di temperatura se il calore è sensibile, mentre produce un cambiamento di stato se è latente.

Processo ISOBARO:

Il processo isobaro è caratterizzato da un valore costante della pressione, per cui si ha:

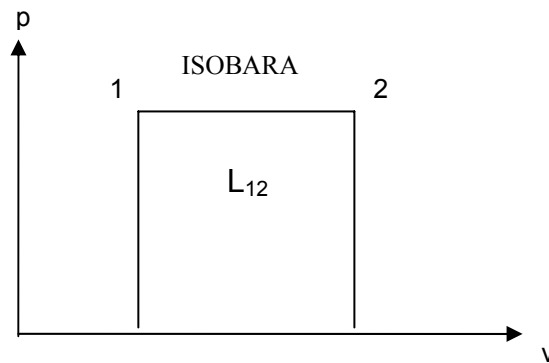
$$p = \text{cost.} \Rightarrow L_{12} = \int_1^2 p \cdot dV = p \cdot \int_1^2 dV = p(V_2 - V_1)$$

e analogamente:

$$l_{12} = \int_1^2 p \cdot dv = p \cdot (v_2 - v_1)$$

Sul diagramma p-v è rappresentato da un segmento orizzontale perpendicolare all'asse delle ordinate, come illustrato in Figura 19

Figura 19



Dall'espressione del I Principio si ha:

$$dQ = dU + dL$$

$$L_{1,2} = p \cdot (V_2 - V_1) \Rightarrow Q_{1,2} = U_2 - U_1 + p \cdot (V_2 - V_1)$$

e allo stesso modo:

$$q_{1,2} = u_2 - u_1 + p \cdot (v_2 - v_1)$$

Introduciamo a questo punto una nuova grandezza di stato, detta ENTALPIA, che si indica con il simbolo H ed è definita nel modo seguente:

$$H = U + pV$$

L'analisi dimensionale della relazione scritta ci dice che l'entalpia è una forma di energia. Infatti è somma di due termini che hanno entrambi le dimensioni di una energia: U rappresenta l'energia interna ed il prodotto pV è ugualmente una grandezza energetica. Infatti:

$$[p] \cdot [V] = Pa \cdot m^3 = \frac{N}{m^2} \cdot m^3 = N \cdot m = J$$

Dunque l'entalpia H si misura in J ed è possibile naturalmente introdurre la corrispondente grandezza specifica, detta appunto entalpia specifica, data dall'entalpia per unità di massa del sistema:

$$h = \frac{H}{M} = u + pv$$

che si misura in J/kg.

Sostituendo all'espressione del calore scambiato in una trasformazione isobara si ottiene:

$$Q_{1,2} = U_2 - U_1 + p \cdot (V_2 - V_1) = H_2 - H_1 \quad \text{e} \quad q_{1,2} = u_2 - u_1 + p \cdot (v_2 - v_1) = h_2 - h_1$$

Dunque, in una trasformazione isobara, il calore scambiato equivale sempre alla variazione di entalpia del sistema.

In altre parole il calore fornito ad un fluido lungo una trasformazione isobara va in parte ad aumentarne il contenuto di energia interna, quindi di temperatura se di tipo sensibile, ed in parte si traduce in lavoro meccanico di espansione.

Entrambi questi effetti sono contenuti in un'unica grandezza, l'entalpia, che, di conseguenza, caratterizza il sistema dal punto di vista del suo contenuto sia di energia termica che meccanica. Un sistema ad elevato contenuto entalpico sarà dunque un sistema che, potenzialmente, ha la capacità sia di fornire calore che di produrre energia meccanica.

Gas ideali

Abbiamo già anticipato, a proposito della descrizione degli strumenti di misura della temperatura, che il termometro a gas a volume costante si mostra ripetitivo nelle misure, indipendentemente dal tipo di gas scelto, tanto più quanto più bassa è la pressione del gas nel bulbo termometrico, poiché in questo caso il comportamento del gas si avvicina ad un comportamento "ideale".

I gas ideali o perfetti costituiscono un modello fisico di riferimento, dunque non esistono in natura, ma consentono di descrivere il comportamento dei gas soggetti a scambi energetici, quindi a trasformazioni termodinamiche, con leggi semplici e di immediata applicazione. Le considerazioni deducibili da tali leggi sono applicabili ai gas reali di solito con buona approssimazione, crescente al crescere dello stato di rarefazione del gas, cioè sono tanto più applicabili quanto più bassi sono i valori della pressione del gas.

Lo stato fisico che corrisponde ad un regime di pressione molto bassa è caratterizzato da forze e legami tra le particelle microscopiche costituenti il gas di entità molto piccola che le rende quasi indipendenti l'una dall'altra. In queste condizioni possiamo certamente approssimare il comportamento del gas reale a quello che avrebbe se fosse a comportamento ideale, con un margine di errore di volta in volta quantificabile. Ad esempio l'aria che respiriamo è considerata una miscela di gas a comportamento quasi ideale con un margine di errore inferiore al 2 %.

Definiamo due leggi di stato per i gas ideali:

I LEGGE DI STATO

La prima legge di stato dei gas ideali mette in relazione le grandezze di stato fondamentali, pressione p , volume V e temperatura T , che sono legate dalla seguente equazione:

$$p \cdot V = n \cdot \bar{R} \cdot T$$

in cui:

p : pressione del gas (Pa);

V : volume del gas (m^3);

T : temperatura del gas (K);

n : numero di moli del gas;

\bar{R} : costante universale dei gas ideali = 8314 J/kmole K

Il numero di moli di un gas indica il numero di grammomolecole o di kilogrammolecole che rappresentano, rispettivamente una quantità in grammi o in kilogrammi pari al peso molecolare del gas in questione. Ad esempio, una molecola di vapore acqueo H_2O è caratterizzata da un peso molecolare, somma dei pesi atomici delle singole specie, pari a 18 (1+1+16), quindi una grammomolecola di H_2O è costituita da una massa pari a 18 g ed una kilogrammolecola da una massa pari a 18 kg di vapore acqueo. In altre parole una mole ed una kilomole rappresentano una massa di gas, rispettivamente pari a 18 g e 18 kg. All'interno di una mole è contenuto un numero fisso di atomi, espresso dal numero di Avogadro, pari a $6,022 \cdot 10^{23}$, indipendentemente dal tipo di gas considerato.

Scritta in questa forma, la I legge di stato ha validità universale, può cioè essere applicata qualunque sia il gas che compie la trasformazione, poiché in essa compare la costante universale dei gas che è indipendente dalle caratteristiche del gas in questione.

Se indichiamo con M la massa di gas che occupa il volume V , con v il suo volume specifico e con \bar{M} la sua massa molecolare, possiamo dedurre una seconda espressione della I legge di stato di validità particolare, cioè applicabile solo in riferimento al gas considerato.

Infatti:

$$n = \frac{M}{\bar{M}} \Rightarrow p \cdot V = \frac{M}{\bar{M}} \cdot \bar{R} \cdot T$$

Introducendo una nuova costante, detta costante particolare perché riferita allo specifico gas in oggetto, pari a:

$$R = \frac{\bar{R}}{\bar{M}}$$

si ottiene:

$$p \cdot V = M \cdot R \cdot T \Rightarrow p \cdot v = R \cdot T$$

che può essere applicata solo una volta definito il tipo di gas che compie la trasformazione, poiché in essa compare la costante particolare R che dipende dalla massa molecolare del gas scelto.

II LEGGE DI STATO

La II legge di stato riguarda le grandezze di stato di carattere energetico, quali l'energia interna e l'entalpia, Essa afferma che l'energia interna di un gas ideale dipende solo dalla temperatura.

$$U = U(T)$$

Questa legge ha importanti conseguenze sui fenomeni di scambio termico dei gas ideali; infatti afferma implicitamente che, ogni volta che viene fatta variare l'energia interna di un gas ideale, a tale variazione corrisponde sempre una analoga e corrispondente variazione di temperatura. In particolare, se l'aumento di energia interna è determinato da una fornitura di calore a volume costante, il calore scambiato, che in questo caso si traduce tutto in aumento di energia interna (lavoro nullo), è certamente tutto sensibile, poiché determina in ultima analisi una variazione di temperatura. In altre parole possiamo ancora dire che un gas ideale non potrà mai scambiare con una sorgente calore latente, non potendo in ogni caso cambiare di stato.

Ricordando la prima equazione di stato dei gas ideali e la definizione della grandezza entalpia, possiamo scrivere:

$$H = U + p \cdot V = U(T) + n \cdot \bar{R} \cdot T$$

In altre parole, l'entalpia, essendo somma di due grandezze che dipendono entrambe solo dalla temperatura è essa stessa funzione solo di questa grandezza. Questo vuol dire che, ad esempio in una trasformazione isobara in cui venga fornita una certa quantità di calore, poiché questa si traduce tutta in aumento di entalpia e lo stato entalpico è funzione solo

della temperatura, a tale aumento corrisponde un analogo e corrispondente aumento di temperatura.

A questo punto possiamo studiare alcuni tipi di processi particolari all'interno dei quali possiamo fare delle considerazioni che però valgono solo per i gas ideali.

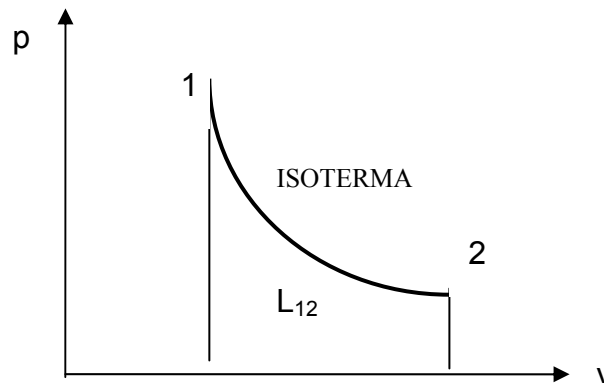
Processo ISOTERMO DI UN GAS IDEALE

Una trasformazione isoterma è caratterizzata da un valore costante della temperatura del sistema durante l'intero processo.

$$T = \text{cost.} \Rightarrow p \cdot v = \text{cost.}$$

Sul piano p-v la trasformazione isoterma di un gas ideale è dunque rappresentata da una iperbole equilatera, come illustrato nella Figura 20.

Figura 20



Il lavoro specifico di espansione/compressione di un gas ideale in una trasformazione isoterma si può calcolare nel modo seguente, facendo ricorso alla I legge di stato dei gas ideali:

$$pv = RT \Rightarrow p = \frac{RT}{v}$$

$$l_{12} = \int_1^2 p \cdot dv = \int_1^2 \frac{RT}{v} \cdot dv = RT \cdot \ln \frac{v_2}{v_1}$$

In una trasformazione isoterma del resto si ha:

$$T = \text{cost.} \Rightarrow p_1 v_1 = p_2 v_2 \Rightarrow \frac{p_1}{p_2} = \frac{v_2}{v_1}$$

In definitiva :

$$l_{12} = RT \cdot \ln \frac{v_2}{v_1} = RT \cdot \ln \frac{p_1}{p_2}$$

Se si vuole calcolare il corrispondente lavoro [J] scambiato lungo l'isoterma 1-2 basta moltiplicare l'espressione trovata per la massa del gas che evolve:

$$L_{12} = M \cdot l_{12} = M \cdot RT \cdot \ln \frac{v_2}{v_1} = M \cdot RT \cdot \ln \frac{p_1}{p_2}$$

Dall'espressione del I principio, poiché in un gas ideale l'energia interna dipende solo dalla temperatura, a variazione nulla di temperatura (trasformazione isoterma) corrisponde variazione nulla di energia interna, per cui:

$$Q_{12} = L_{12} \quad \text{e} \quad q_{12} = l_{12}$$

cioè la quantità di calore scambiata equivale esattamente al lavoro scambiato. Ciò significa che: se ad esempio il gas ideale riceve calore lungo una trasformazione isoterma esso non subirà nessuna variazione di energia interna (l'energia non viene accumulata) ma sfrutterà tutta l'energia acquisita convertendola il lavoro meccanico di espansione. Infatti ad un calore positivo (entrante) corrisponde un lavoro positivo (uscente) di uguale valore.

Processo POLITROPICO

La trasformazione politropica è di carattere generale ed è descritta dalla relazione $p v^n = \text{cost.}$

Al variare di n la trasformazione diventa una di quelle notevoli già considerate:

- $n = 0 \rightarrow$ ISOBARA: $p = \text{costante}$
- $n \rightarrow \infty \rightarrow p v^n = \text{costante} \Rightarrow p^{1/\infty} v = \text{costante} \Rightarrow v = \text{costante} \rightarrow$ ISOCORA
- $n = 1 \rightarrow p v = \text{costante} \rightarrow$ ISOTERMA del GAS IDEALE

Proviamo a calcolare il lavoro specifico scambiato in una politropica:

$$l_{12} = \int_1^2 p \cdot dv$$

in cui:

$$p_1 v_1^n = p_2 v_2^n = p v^n = \text{cost.} \Rightarrow p = \frac{p_1 v_1^n}{v^n} = \frac{p_2 v_2^n}{v^n}$$

Sostituendo si ottiene:

$$l_{12} = \int_1^2 p \cdot dv = \int_1^2 \frac{p_1 v_1^n}{v^n} \cdot dv = \text{cost.} \cdot \int_1^2 \frac{dv}{v^n} = \text{cost.} \cdot \frac{v_2^{1-n} - v_1^{1-n}}{1-n}$$

La costante può valere sia $p_1 v_1^n$ che $p_2 v_2^n$ per cui si può assumere prima l'uno e poi l'altro valore nell'effettuare la moltiplicazione, ottenendo:

$$l_{12} = \frac{p_2 v_2 - p_1 v_1}{1-n} = \frac{p_1 v_1}{1-n} \cdot \left(\frac{p_2 v_2}{p_1 v_1} - 1 \right)$$

$$p_1 v_1^n = p_2 v_2^n \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \left(\frac{p_1}{p_2} \right)^{\frac{1}{n}} \Rightarrow l_{12} = \frac{p_1 v_1}{1-n} \left[\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{1-\frac{1}{n}} - 1 \right] = \frac{p_1 v_1}{1-n} \left[\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right]$$

Processo ADIABATICO DI UN GAS IDEALE

Una particolare trasformazione politropica è quella che avviene senza alcuno scambio di calore tra il sistema e l'ambiente esterno. Quando riferita ad un gas ideale, essa è descritta da una relazione analoga a quella della politropica in cui però l'esponente assume il valore K pari al rapporto tra i calori specifici a pressione ed a volume costante.

$$pv^K = \text{costante}$$

$$\text{con } K = \frac{c_p}{c_v}$$

Per analogia con il processo politropico possiamo scrivere le seguenti espressioni del lavoro:

$$l_{12} = \frac{p_2 v_2 - p_1 v_1}{1-K} \Rightarrow l_{12} = \frac{p_1 v_1}{1-K} \left[\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{1-\frac{1}{K}} - 1 \right] = \frac{p_1 v_1}{1-K} \left[\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{K-1}{K}} - 1 \right]$$

Definizione di c_p e c_v

In un sistema è possibile definire più valori del calore specifico in funzione del tipo di trasformazione seguita. Ricordando la definizione di calore specifico:

$$c = \frac{dq}{dT}$$

è evidente che il suo valore dipende dalle modalità con cui viene scambiato il calore lungo la trasformazione considerata.

Ad esempio, se il sistema segue un processo isoterma, con $dT=0$, sarà caratterizzato da un calore specifico infinito, che in termini fisici sta ad indicare la necessità di fornire ad esso una quantità di calore infinita per modificare la sua temperatura di 1 K.

In altre parole, lungo una trasformazione isoterma, qualunque sia la quantità di calore fornita al sistema, la sua temperatura resta invariata.

Altri processi presentano valori finiti del calore specifico ma ciascuno diverso dagli altri, in funzione del tipo di trasformazione seguita.

Se, in particolare, consideriamo un processo isocoro, possiamo definire in riferimento ad esso il valore del calore specifico a volume costante nel modo seguente:

$$c_v = \left(\frac{dq}{dT} \right)_v$$

Se il processo è reversibile, il calore scambiato coincide con la variazione di energia interna del sistema:

$$c_v = \frac{du}{dT} \quad 4$$

La relazione $c_v = \frac{du}{dT}$, ricavata in un processo isocoro, per un gas ideale assume validità generale indipendentemente dal tipo di trasformazione seguita.

In altre parole, se il sistema è costituito da un gas ideale, possiamo sempre scrivere:

$$du = c_v \cdot dT \quad 5$$

Se invece consideriamo un processo isobaro, possiamo definire analogamente a prima il valore del calore specifico a pressione costante:

$$c_p = \left(\frac{dq}{dT} \right)_p$$

In particolare, se il processo è reversibile, il calore scambiato coincide con la variazione di entalpia del sistema:

$$c_p = \frac{dh}{dT} \quad 6$$

⁴ A rigore, il calore specifico non è dato dalla derivata totale dell'energia interna specifica rispetto alla temperatura. Infatti l'energia interna è una grandezza di stato, funzione di due altre grandezze di stato, ad esempio temperatura e volume specifico: $u = u(T,v)$, per cui la sua variazione rispetto alla temperatura andrebbe scritta sotto forma di derivata parziale ottenendo: $c_v = \left(\frac{\partial u}{\partial T} \right)_v$. Nei gas ideali però, essendo

l'energia interna specifica funzione della sola temperatura, si può usare la notazione che prevede la derivata totale.

⁵ Infatti: $u = u(T, v) \Rightarrow du = \left(\frac{\partial u}{\partial T} \right)_v \cdot dT + \left(\frac{\partial u}{\partial v} \right)_T \cdot dv = c_v \cdot dT + \left(\frac{\partial u}{\partial v} \right)_T \cdot dv$, ma essendo il gas ideale, il secondo termine della somma è nullo da cui l'espressione indicata nella formula.

⁶ Analogamente a quanto detto a proposito dell'energia interna, a rigore, il calore specifico a pressione costante non è dato dalla derivata totale dell'entalpia specifica rispetto alla temperatura, essendo: $h = h(T,p)$, per cui la sua variazione rispetto alla temperatura andrebbe scritta sotto forma di derivata parziale

ottenendo: $c_p = \left(\frac{\partial h}{\partial T} \right)_p$. Nei gas ideali però, essendo l'entalpia specifica funzione della sola temperatura, si

può usare la notazione che prevede la derivata totale.

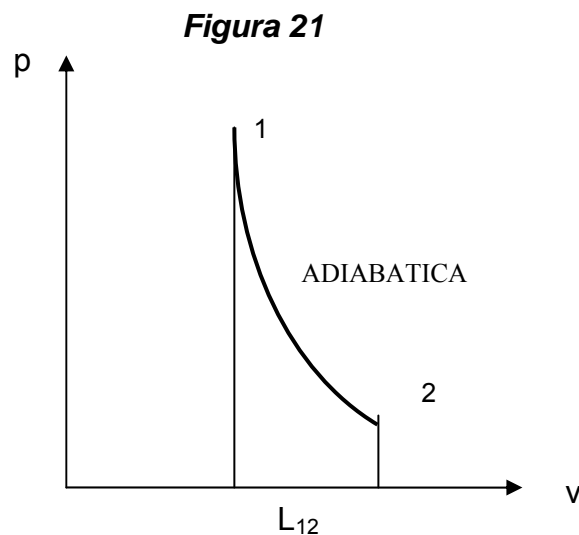
La relazione $c_p = \frac{dh}{dT}$, ricavata per un gas ideale in un processo isobaro, assume validità generale indipendentemente dal tipo di trasformazione seguita.
 In altre parole, se il sistema è costituito da un gas ideale, possiamo sempre scrivere:

$$dh = c_p \cdot dT \quad ^7$$

Per i gas ideali è possibile ricavare una relazione tra il c_p ed il c_v , ricorrendo alla definizione dell'entalpia:

$$h = u + pv \Rightarrow dh = du + d(pv) \Rightarrow c_p \cdot dT = c_v \cdot dT + R \cdot dT \Rightarrow c_p = c_v + R$$

Per cui l'esponente K dell'adiabatica di un gas ideale, dato dal rapporto tra il calore specifico a pressione costante e di quello a volume costante, è sempre maggiore di 1.
 Pertanto in un diagramma p-v l'adiabatica di un gas ideale è rappresentata da una curva con una inclinazione più accentuata rispetto all'isoterma, come illustrato in figura 21.

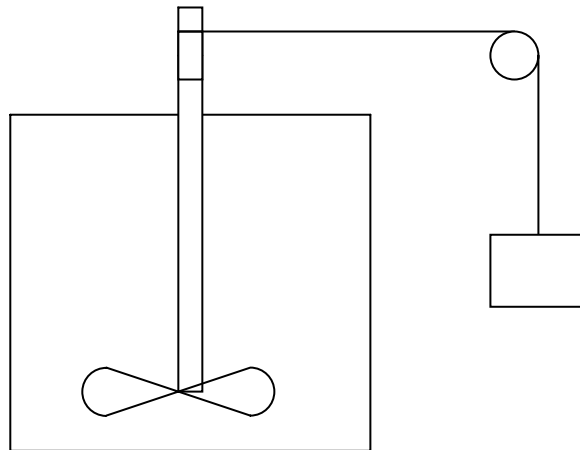


⁷ Infatti: $h = h(T, p) \Rightarrow dh = \left(\frac{\partial h}{\partial T}\right)_p \cdot dT + \left(\frac{\partial h}{\partial p}\right)_T \cdot dp = c_p \cdot dT + \left(\frac{\partial h}{\partial p}\right)_T \cdot dp$, ma, essendo il gas ideale, il secondo termine della somma è nullo da cui l'espressione indicata nella formula.

I PRINCIPIO DELLA TERMODINAMICA PER I SISTEMI APERTI

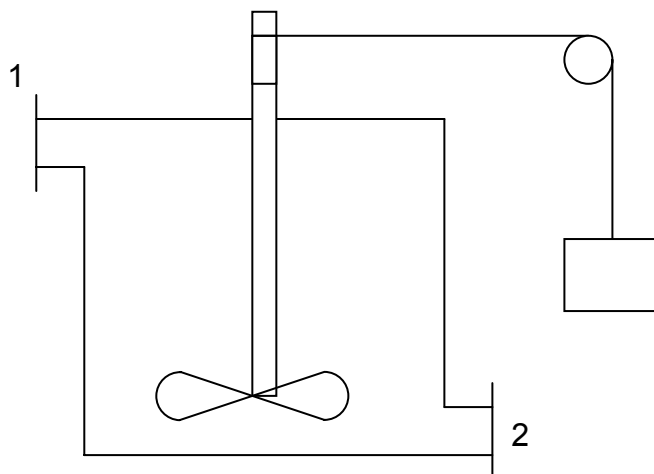
Supponiamo di considerare un sistema chiuso dotato di un albero con un'elica in grado di ruotare, mediante la quale possa scambiare lavoro con l'esterno come illustrato in figura 22.

Figura 22



Se la massa si abbassa di una certa quota, ammesso di trascurare gli attriti tra la fune di sostegno e la puleggia, la sua variazione di energia potenziale si trasforma in energia cinetica di rotazione dell'albero, che compie, attraverso le pale dell'elica, un lavoro meccanico sul fluido contenuto nel serbatoio. Nei sistemi chiusi, questo tipo di lavoro, denominato "lavoro d'elica" o "lavoro tecnico", può solo essere trasferito dall'esterno al fluido e dunque, per la convenzione dei segni, risulta sempre negativo.

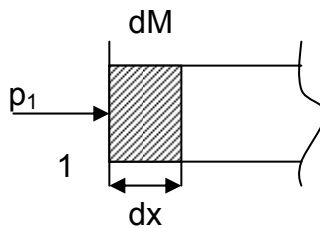
Figura 23



Se, al contrario, facciamo riferimento ad un sistema aperto quale quello rappresentato in Figura 23, che preveda, oltre l'albero, almeno una sezione di ingresso ed una uscita, allora il lavoro tecnico può essere sia positivo che negativo, in quanto, come nel caso precedente, il fluido può subirlo (lavoro negativo) per l'abbassamento del peso o per un'altra causa che metta in moto l'albero, oppure può compierlo sull'esterno (lavoro positivo) azionando esso stesso l'albero mediante trasferimento di energia cinetica del suo moto alla girante.

Essendo il sistema delimitato dal volume di controllo che si suppone si sviluppi tra le sezioni di ingresso e di uscita, se vogliamo valutare il lavoro scambiato dal sistema con l'esterno, dobbiamo considerare quello subito in corrispondenza della sezione di ingresso, dove una massa infinitesima di fluido è soggetta all'azione del fluido retrostante che la spinge ad entrare nel sistema e quello compiuto sull'esterno in corrispondenza della sezione di uscita dove la massa infinitesima esercita una spinta sull'esterno per poter uscire dal sistema. Facendo riferimento alla sezione 1 di ingresso, consideriamo allora la massa dM che la attraversa, come illustrato in figura 24.

Figura 24



Sia p_1 la pressione del fluido che spinge la massa dM in ingresso, A l'area della sezione 1 e dx lo spazio infinitesimo percorso dal fluido nel tempo dt .

Il lavoro subito dal sistema può essere scritto nel modo seguente:

$$dL = p_1 \cdot A \cdot dx$$

Se adesso indichiamo con w_1 la velocità del fluido in direzione perpendicolare alla sezione 1, avremo:

$$dx = w_1 \cdot dt$$

da cui:

$$dL = p_1 \cdot A \cdot dx = p_1 \cdot A \cdot w_1 \cdot dt = p_1 \cdot \dot{V}_1 \cdot dt$$

essendo \dot{V}_1 la portata in volume in corrispondenza della sezione 1.

Se adesso indichiamo con v_1 il volume specifico del fluido in 1 e con \dot{M} la sua portata in massa, si ha:

$$dL = p_1 \cdot \dot{V}_1 \cdot dt = p_1 \cdot \dot{M} \cdot v_1 \cdot dt = p_1 \cdot v_1 \cdot dM$$

essendo:

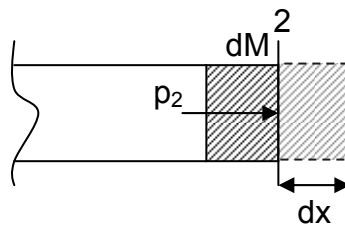
$$dM = \dot{M} \cdot dt$$

Dividendo per dM l'espressione trovata per il lavoro otteniamo un'espressione valida per il lavoro specifico che è la seguente:

$$l_1 = \frac{dL}{dM} = p_1 \cdot v_1$$

Consideriamo ora la sezione di uscita 2 e l'azione esercitata dalla massa infinitesima dM per uscire dal sistema, come illustrato in figura 24.

Figura 24



Sia, in questo caso, p_2 la pressione del fluido in corrispondenza della sezione di uscita 2, dx lo spazio infinitesimo percorso dal fluido nel tempo dt ed A l'area della sezione. Il lavoro compiuto dal sistema può essere scritto nel modo seguente:

$$dL = p_2 \cdot A \cdot dx$$

Se adesso indichiamo con w_2 la velocità del fluido in direzione perpendicolare alla sezione 2, avremo:

$$dx = w_2 \cdot dt$$

da cui:

$$dL = p_2 \cdot A \cdot dx = p_2 \cdot A \cdot w_2 \cdot dt = p_2 \cdot \dot{V}_2 \cdot dt$$

con ovvio significato dei simboli.

Se v_2 rappresenta il volume specifico del fluido in 2 ed \dot{M} la sua portata in massa, si ha, analogamente a quanto fatto per la sezione 1:

$$dL = p_2 \cdot \dot{V}_2 \cdot dt = p_2 \cdot \dot{M} \cdot v_2 \cdot dt = p_2 \cdot v_2 \cdot dM$$

Dividendo per dM l'espressione trovata si ricava il lavoro specifico in corrispondenza della sezione 2 che è il seguente:

$$l_2 = \frac{dL}{dM} = p_2 \cdot v_2$$

In un sistema aperto, dunque, il lavoro scambiato con l'esterno consta di tre termini: quello di pressione alle sezioni di ingresso e di uscita del fluido e quello d'elica o lavoro tecnico. Si può dunque scrivere:

$$l_{12} = p_2 v_2 - p_1 v_1 + l'_{12}$$

Riprendendo l'espressione del I Principio di validità generale si ha:

$$q_{12} = u_2 - u_1 + l_{12} = u_2 - u_1 + p_2 v_2 - p_1 v_1 + l'_{12}$$

Essendo:

$$h = u + p \cdot v$$

si ottiene:

$$q_{12} = h_2 - h_1 + l'_{12}$$

In termini infinitesimi, avremo:

$$dq = dh + dl'$$

Quella scritta è dunque l'espressione del I Principio applicabile ai sistemi aperti. Se la trasformazione ha carattere di reversibilità, si può scrivere l'equazione generalizzata del I Principio nel modo seguente:

$$dq = du + dl = du + p \cdot dv$$

Ma essendo:

$$p \cdot dv = d(p \cdot v) - v \cdot dp$$

si ha:

$$dq = du + d(p \cdot v) - v \cdot dp \Rightarrow dq = dh - v \cdot dp$$

che è l'espressione del I Principio applicabile ai sistemi aperti per trasformazioni reversibili. Nelle trasformazioni reversibili dunque il lavoro tecnico può essere espresso nel modo seguente:

$$l'_{12} = - \int_1^2 V \cdot dp$$

e analogamente:

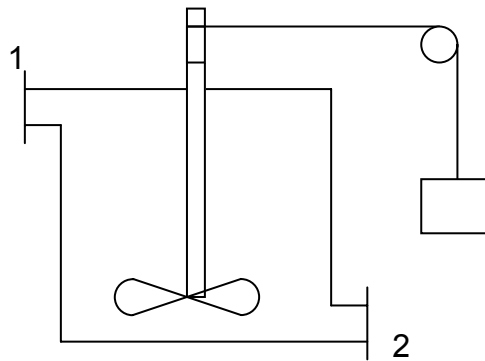
$$l'_{12} = - \int_1^2 v \cdot dp$$

Consideriamo a questo punto il valore assunto dal lavoro tecnico in alcune trasformazioni reversibili notevoli.

Processo ISOCORO

Consideriamo una trasformazione di un sistema aperto dotato di albero che avvenga a volume costante, come illustrato in Figura 25. Su un diagramma p-v tale trasformazione è rappresentata da un segmento perpendicolare all'asse delle ascisse (vedi Figura 26).

Figura 25



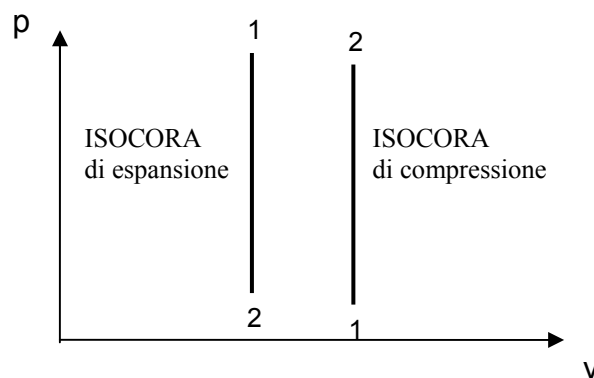
In un processo isocoro, si ha:

$$dV = 0 \Rightarrow dL = p \cdot dV = 0 \Rightarrow L_{12} = \int_1^2 p \cdot dV = 0$$

Il lavoro complessivamente scambiato dal sistema con l'esterno è nullo. Allo stesso modo è possibile calcolare il lavoro tecnico con l'espressione seguente:

$$L'_{12} = -\int_1^2 V \cdot dp = -V(p_2 - p_1) = V(p_1 - p_2)$$

Figura 26



Il lavoro tecnico è dunque dato dalla differenza tra i valori dell'energia di pressione che possiede il fluido in ingresso ed in uscita. Con riferimento alla figura 26, se $p_1 > p_2$

(*espansione*), allora il lavoro tecnico è positivo; questo significa che il fluido sta esercitando un'azione sulle pale dell'albero trasferendo ad esse parte della sua energia di pressione. Al contrario, se $p_1 < p_2$ (*compressione*), il lavoro tecnico risulta negativo ed evidentemente, in questo caso, è il fluido che subisce un'azione da parte dell'albero attraverso la sua girante azionata da un motore esterno.

Processo ISOBARO:

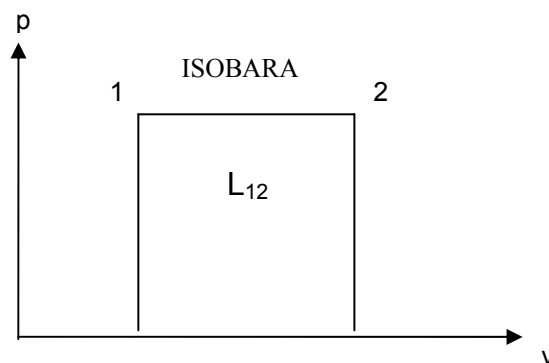
In un processo isobaro, caratterizzato dal valore costante della pressione, si ha:

$$p = \text{cost.} \Rightarrow L_{12} = \int_1^2 p \cdot dV = p \cdot \int_1^2 dV = p(V_2 - V_1)$$

E, per ciò che riguarda il lavoro tecnico:

$$L'_{12} = -\int_1^2 V \cdot dp = 0$$

Figura 27



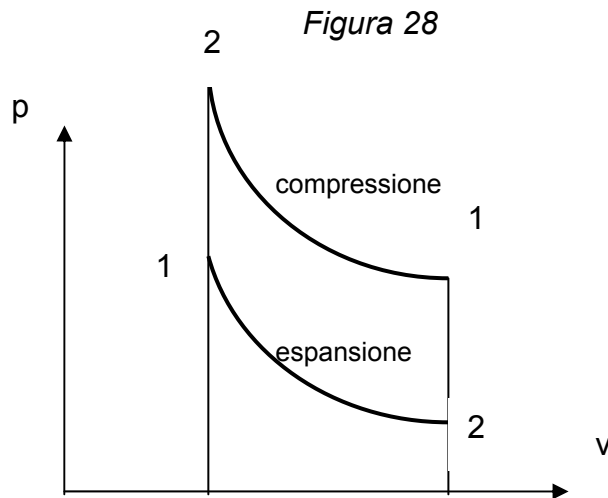
In altre parole, il lavoro tecnico è nullo, per cui tutto il lavoro scambiato con l'esterno dal sistema coincide con la differenza tra le energie di pressione del fluido in ingresso ed in uscita. Si ha infatti:

$$l_{12} = p_2 \cdot v_2 - p_1 \cdot v_1 + l'_{12}$$

Ma:

$$l'_{12} = 0 \Rightarrow l_{12} = p_2 \cdot v_2 - p_1 \cdot v_1 = p \cdot (v_2 - v_1)$$

Processo ISOTERMO per un gas ideale



In una trasformazione a temperatura costante, si ha:

$$l'_{12} = -\int_1^2 v \cdot dp = -\int_1^2 \frac{R \cdot T}{p} \cdot dp = -R \cdot T \cdot \ln \frac{p_2}{p_1} = R \cdot T \cdot \ln \frac{p_1}{p_2} = R \cdot T \cdot \ln \frac{v_2}{v_1}$$

che è la stessa espressione trovata in precedenza per il lavoro complessivamente scambiato da un gas ideale con l'esterno. Questo vuol dire che in una trasformazione isoterma di un gas ideale in un sistema aperto, lavoro tecnico e lavoro globale coincidono, cioè:

$$l_{12} = l'_{12} \Rightarrow p_2 \cdot v_2 = p_1 \cdot v_1$$

come del resto si deduce anche dall'equazione di stato dei gas ideali, imponendo $T =$ costante.

Anche in questo caso, facendo riferimento alla figura 28, se $p_1 > p_2$ (*espansione*), allora il lavoro tecnico è positivo, quindi il fluido esercita un'azione sulle pale dell'albero, mentre, se $p_1 < p_2$ (*compressione*), il lavoro tecnico risulta negativo, quindi il fluido subisce un'azione da parte della girante dell'albero messo in moto dall'esterno.

II PRINCIPIO DELLA TERMODINAMICA

Il I Principio della Termodinamica è anche detto *Principio di conservazione dell'energia*: esso fissa l'equivalenza fra le due forme di energia, calore e lavoro, senza porre alcuna limitazione alla possibilità di effettuare processi in cui una venga trasformata nell'altra o viceversa.

In altre parole, il I Principio non è contraddetto dall'ipotesi di una trasformazione in cui tutto il calore disponibile venga trasformato in lavoro meccanico, oppure in cui del calore passi spontaneamente da una sorgente ad una certa temperatura ad una a temperatura più elevata. L'esperienza pratica ci mostra che, al contrario, l'effettuazione di tali processi di trasformazione presenta limiti ben precisi: infatti, se costruiamo una macchina termica, cioè una macchina in grado di trasformare calore in lavoro, tale trasformazione non è mai completa ed avviene sempre con delle perdite. Allo stesso modo il calore passa spontaneamente sempre e solo da una sorgente ad un'altra a più bassa temperatura.

Il II Principio, anche detto *Principio della degradazione dell'energia*, pur rispettando l'equivalenza dimensionale fra le due forme di energia espressa dal I Principio, introduce delle limitazioni alla possibilità di effettuare le trasformazioni energetiche calore-lavoro e viceversa. Esso cioè introduce la non equivalenza operativa tra energia termica e meccanica.

Del II Principio definiamo i seguenti due enunciati:

Enunciato di CLAUSIUS:

“E' impossibile costruire una macchina che operi secondo un processo ciclico il cui unico effetto sia quello di trasferire il calore da un corpo ad una certa temperatura ad uno a temperatura più elevata”.

In effetti il calore passa spontaneamente solo nella direzione in cui le temperature decrescono, cioè da un corpo più caldo ad uno più freddo. Per ottenere il risultato inverso è necessario spendere dell'energia, cioè fornire energia meccanica dall'esterno al sistema, ma in questo modo il trasferimento di energia termica dalla sorgente più fredda a quella più calda non è l'unico effetto. E' quello che avviene nelle macchine frigorifero. Si vedrà che l'enunciato di Clausius del II Principio è proprio quello che sta alla base del funzionamento di questo tipo di macchine denominate macchine a ciclo inverso.

Enunciato di KELVIN-PLANK:

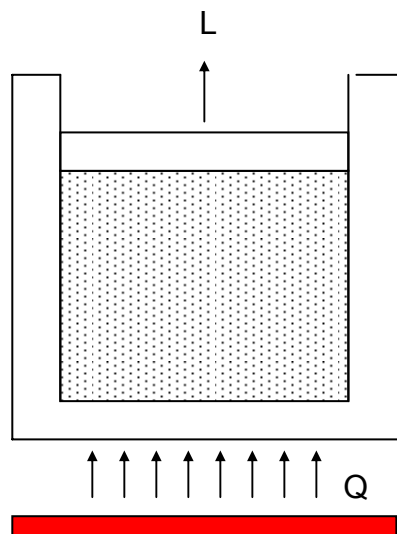
“E' impossibile costruire una macchina che operi secondo un processo ciclico il cui unico effetto sia quello di trasformare in lavoro tutto il calore disponibile da una sorgente a temperatura uniforme e costante nel tempo”.

In effetti, ogni volta che si costruisce una macchina in grado di trasformare calore in lavoro, si hanno sempre delle perdite: si pensi al calore non sfruttato in una automobile e gettato via con i gas di scarico, oppure ad una centrale termoelettrica dove il calore proveniente dalla combustione del combustibile a disposizione viene solo in parte trasformato in energia meccanica e poi in energia elettrica, mentre, in notevole parte, viene gettato via ad una sorgente a più bassa temperatura come calore residuo.

L'enunciato di Kelvin Plank del II Principio è in effetti quello che sottende alla realizzazione delle macchine termiche, dette macchine a ciclo diretto. Per il II Principio, secondo l'enunciato di Kelvin Plank, per costruire una macchina termica, è dunque sempre necessario avere a disposizione due sorgenti a diversa temperatura.

Il processo che avviene all'interno di un sistema cilindro-pistone in cui, come nello schema di Figura 29, venga fornito calore al gas interno e questo, in totale assenza di attrito o di altri fenomeni dissipativi, si trasformi completamente in lavoro di espansione del pistone, solo apparentemente contraddice il II Principio in quanto una tale operazione è, al limite e teoricamente, eseguibile una volta sola e non può mai assumere un carattere ciclico; è quello che avviene in una trasformazione di espansione isoterma di un gas ideale.

Figura 29



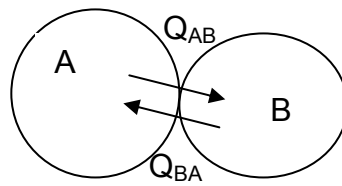
Processi reversibili ed irreversibili

Ogni processo fisico reale è irreversibile, cioè presenta le seguenti caratteristiche:

- a) Nello svolgimento del processo spontaneo (diretto) diminuisce la possibilità di ottenere l'effetto voluto (es. trasformazione tra due forme di energia);
- b) Per ristabilire le condizioni iniziali attraverso un processo inverso è necessario compiere un'azione, cioè spendere energia dall'esterno (effetto esterno);
- c) Il compimento dei due processi (diretto ed inverso) lascia traccia di sé nell'ambiente circostante.

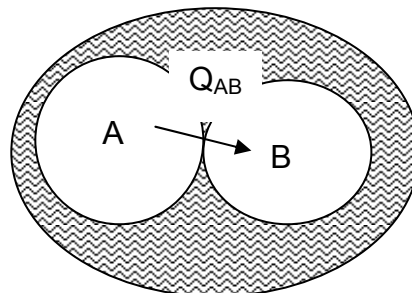
Ad esempio, se osservo un processo di trasferimento di calore dal corpo A al corpo B, come mostrato in Figura 30, con $T_A > T_B$, man mano che esso si svolge, diminuisce la differenza di temperatura ($T_A - T_B$) cioè la potenzialità di trasferimento del calore (il motore del processo diretto). Per far avvenire il processo inverso (calore trasferito da B ad A), è necessario intervenire dall'esterno con una spesa energetica. E' proprio questa la traccia lasciata nell'ambiente dal doppio processo (diretto + inverso).

Figura 30



In altre parole c'è una ripercussione all'esterno dello scambio che avviene tra A e B, (il fenomeno non è uno fatto privato tra i corpi A e B). Infatti, se rendessi isolato tutto il sistema, il processo inverso non potrebbe mai avvenire (cfr. Figura 31).

Figura 31



Le cause della irreversibilità sono da ricercarsi in due ragioni:

1. ogni processo è causato da un certo squilibrio (chimico, termico, meccanico);
2. in ogni processo esistono sempre effetti dissipativi (es: attrito, resistenza elettrica, anelasticità...). L'energia dissipata deve essere reintegrata dall'esterno (effetto esterno) per riprodurre le condizioni iniziali.

Per rendere reversibile un processo bisognerebbe eliminare le due cause suddette, dando luogo però alle condizioni per un processo ideale e non reale.

Ad esempio, per rendere reversibile uno scambio termico bisognerebbe far tendere a zero il ΔT creando le condizioni perché esso possa indifferentemente avvenire in un verso o nell'altro (reversibilità). Ovviamente una tale situazione è ideale poiché, al tendere a zero del ΔT viene a mancare la "conditio sine qua non" perché il processo possa avvenire.

Ciclo di Carnot diretto

L'enunciato di Kelvin Plank del II Principio pone le basi per la realizzazione di un ciclo termodinamico diretto, che è quello che descrive il funzionamento di una macchina termica, ossia di una macchina in grado di trasformare calore in lavoro.

Una macchina è utile solo se opera ciclicamente, ed è quindi in grado di compiere continuamente nel tempo la trasformazione calore \rightarrow lavoro, ed il II Principio afferma che, per effettuare tale operazione, è necessario avere a disposizione due sorgenti a temperature diverse, T_1 e T_2 . Definiamo di seguito le grandezze necessarie per descrivere il ciclo:

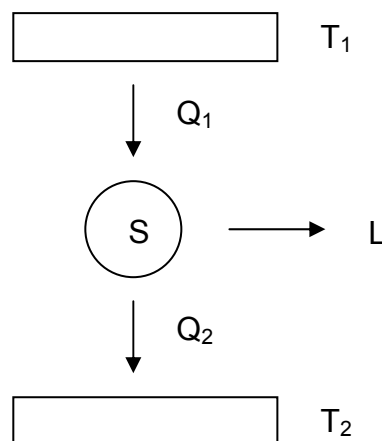
- Sistema S: fluido termodinamico che compie la trasformazione ciclica;
- T_1 : temperatura sorgente 1;
- T_2 : temperatura sorgente 2;
- Q_1 : calore assorbito dal sistema dalla sorgente 1;
- Q_2 : calore ceduto dal sistema alla sorgente 2;
- L: lavoro prodotto dal sistema.

Sia, per ipotesi, $T_1 > T_2$.

Si definisce "Rendimento termodinamico del ciclo" la grandezza:

$$\eta = \frac{L}{Q_1}$$

Figura 32



Il fluido assorbe calore dalla sorgente più calda, ne trasforma una parte in lavoro e cede il calore residuo alla sorgente più fredda. Il lavoro meccanico ottenibile dal ciclo è dunque tanto maggiore quanto minore è la quantità di calore residuo non ulteriormente trasformabile.

Definiamo a questo punto il seguente:

Teorema di Carnot:

“Il rendimento massimo di una macchina termica che operi ciclicamente trasformando calore in lavoro è ottenibile da un ciclo in cui tutte le trasformazioni siano reversibili ed è indipendente dal fluido che compie il ciclo mentre dipende solo dalle temperature delle due sorgenti”.

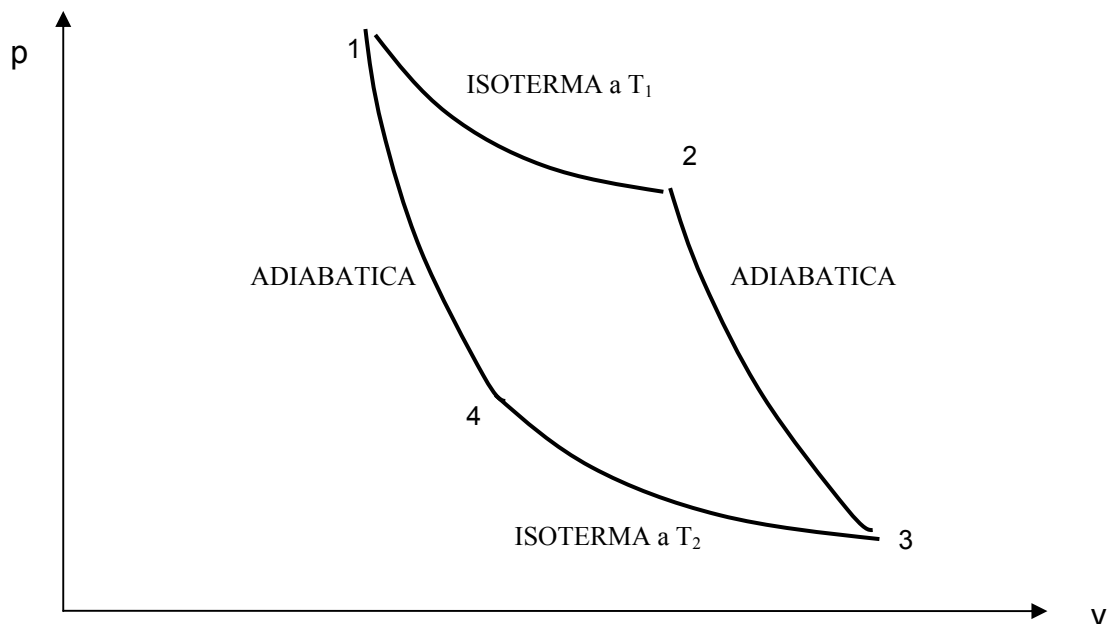
Per garantire la reversibilità delle trasformazioni, ipotizziamo che il ciclo sia compiuto da un gas ideale, in modo da poter considerare trascurabili tutte le cause di dissipazione, quali l'attrito, tra i vari strati di fluido e tra il fluido e gli organi meccanici in cui evolve. Inoltre, perché i processi di scambio termico possano avvenire in modo reversibile, è necessario che non ci siano differenze di temperature tra le sorgenti ed il fluido. In altre parole le temperature delle sorgenti e del fluido che compie il ciclo devono rimanere costanti nel tempo ed uguali tra di loro. Gli scambi termici possono cioè avvenire solo lungo trasformazioni isoterme a temperature uguali a quelle delle sorgenti. Avendo a disposizione solo due sorgenti, rispettivamente a temperature T_1 e T_2 , avremo due processi isotermi reversibili a T_1 e T_2 lungo i quali il sistema assorbe e cede calore.

Nelle altre trasformazioni che chiudono il ciclo, non possono avvenire scambi termici, poiché, se così fosse, il fluido assorbirebbe o cederebbe calore alle due sorgenti con una differenza finita di temperatura, trovandosi lungo le trasformazioni a temperatura intermedia tra T_1 e T_2 . Si avranno di conseguenza due trasformazioni adiabatiche che consentono di far passare il sistema dalla temperatura T_1 alla T_2 .

Il ciclo che rispetta tali condizioni è il cosiddetto *ciclo di Carnot diretto* in cui il fluido segue le varie trasformazioni in senso orario.

Descriviamo un ciclo diretto di Carnot compiuto da un gas ideale su un diagramma pv:

Figura 33



Trasformazione 1-2: ISOTERMA

Lungo l'isoterma 1-2 il fluido acquisisce calore dalla sorgente 1 a temperatura T_1 ed effettua una espansione mantenendo costante la temperatura: l'energia assorbita viene sfruttata per produrre lavoro di espansione. Applicando il I principio della Termodinamica, si ottiene:

$$du = dq - dl$$

$$\text{Trasformazione isoterma} \Rightarrow du = 0 \Rightarrow 0 = dq - dl \Rightarrow q_{12} - l_{12} = 0 \Rightarrow q_{12} = l_{12} = RT_1 \cdot \ln \frac{v_2}{v_1} = RT_1 \cdot \ln \frac{p_1}{p_2}$$

Essendo $v_2 > v_1$ e $p_1 > p_2$, il lavoro ed il calore sono entrambi positivi, quindi, durante la trasformazione in oggetto, il calore è entrante ed il lavoro uscente.

Trasformazione 2-3: ADIABATICA

Lungo l'adiabatica il fluido compie una espansione senza scambiare calore con l'esterno: il lavoro meccanico raccolto all'esterno viene prodotto a spese dell'energia interna del fluido che diminuisce provocando un abbassamento di temperatura. Applichiamo anche in questo caso il I principio della Termodinamica, ottenendo:

$$du = dq - dl$$

$$\text{Trasformazione adiabatica} \Rightarrow dq = 0 \Rightarrow du = -dl \Rightarrow u_3 - u_2 = -l_{23} = -\frac{p_2 v_2}{1-K} \left[\left(\frac{p_3}{p_2} \right)^{\frac{K-1}{K}} - 1 \right]$$

Essendo $p_3 < p_2$, l'espressione tra parentesi quadre è negativa e negativo è anche il rapporto $\frac{p_2 v_2}{1-K}$ essendo $K > 1$; di conseguenza il lavoro l_{23} è positivo. Poiché l_{23} è positivo (espansione), ad esso corrisponde una diminuzione dell'energia interna, quindi della temperatura. In questo modo il sistema si porta alla temperatura della sorgente 2: T_2 .

Trasformazione 3-4: ISOTERMA

Lungo l'isoterma 3-4 il fluido cede calore alla sorgente 2 a temperatura T_2 e viene compresso mantenendo costante la temperatura. Applicando il I principio della Termodinamica, si ottiene:

$$du = dq - dl$$

$$\text{Trasformazione isoterma} \Rightarrow du = 0 \Rightarrow 0 = dq - dl \Rightarrow q_{34} - l_{34} = 0 \Rightarrow q_{34} = l_{34} = RT_2 \cdot \ln \frac{v_4}{v_3} = RT_2 \cdot \ln \frac{p_3}{p_4}$$

Essendo $v_4 < v_3$ e $p_3 < p_4$, il lavoro ed il calore sono entrambi negativi, quindi, durante la trasformazione in oggetto, il calore è uscente ed il lavoro entrante. Infatti il sistema sta cedendo calore alla sorgente T_2 con contemporanei aumento di pressione e diminuzione di volume.

Trasformazione 4-1: ADIABATICA

Lungo l'adiabatica 4-1 il fluido compie una compressione senza scambiare calore con l'esterno: il lavoro meccanico compiuto dall'esterno sul sistema produce un incremento dell'energia interna del fluido con conseguente aumento di temperatura, che riporta il sistema nelle condizioni iniziali del ciclo.

Infatti, applicando il I principio della Termodinamica, si ottiene:

$$du = dq - dl$$

$$\text{Trasformazione adiabatica} \Rightarrow dq = 0 \Rightarrow du = -dl \Rightarrow u_1 - u_4 = -l_{41} = -\frac{p_4 v_4}{1-K} \left[\left(\frac{p_1}{p_4} \right)^{\frac{K-1}{K}} - 1 \right]$$

Essendo $p_1 > p_4$, l'espressione tra parentesi quadre è positiva, mentre risulta negativo il rapporto $\frac{p_4 v_4}{1-K}$ per le stesse considerazioni fatte in precedenza; di conseguenza il lavoro l_{41} è negativo. Essendo l_{41} negativo, ad esso corrisponde un aumento dell'energia interna, quindi della temperatura.

Riprendiamo l'espressione del rendimento termodinamico del ciclo:

$$\eta = \frac{L}{Q_1}$$

ed applichiamo il I Principio della Termodinamica all'intero ciclo.

$$\Delta U = Q - L$$

Essendo la trasformazione ciclica possiamo scrivere:

$$\Delta U = 0 \Rightarrow Q - L = 0 \Rightarrow L = Q_1 - Q_2$$

Da cui si ottiene:

$$\eta = \frac{L}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1}$$

Da questa relazione si evince una proprietà del rendimento, che cioè esso non può mai essere maggiore di uno. Nell'espressione del rendimento infatti le grandezze di scambio vanno prese sempre in valore assoluto.

Se utilizziamo la notazione riservata alle grandezze specifiche, la stessa espressione può essere scritta nel modo seguente:

$$\eta = \frac{l}{q_1} = \frac{q_1 - q_2}{q_1} = 1 - \frac{q_2}{q_1}$$

Dalla descrizione delle varie trasformazioni che compongono il ciclo di Carnot riprendiamo le espressioni calcolate delle quantità di calore q_1 e q_2 scambiate dal sistema, rispettivamente, con la sorgente 1 e con la sorgente 2. Naturalmente si ha:

$$q_1 : \text{calore scambiato con la sorgente 1} = q_{12} = RT_1 \cdot \ln \frac{v_2}{v_1} = RT_1 \cdot \ln \frac{p_1}{p_2}$$

$$q_2 : \text{calore scambiato con la sorgente 2} = q_{34} = RT_2 \cdot \ln \frac{v_4}{v_3} = RT_2 \cdot \ln \frac{p_3}{p_4}$$

Sostituendo le espressioni trovate a quella del rendimento e ricordando che, essendo q_2 negativo, va cambiato di segno, possiamo scrivere:

$$\eta = 1 - \frac{q_2}{q_1} = 1 - \frac{q_{34}}{q_{12}} = 1 - \frac{RT_2 \cdot \ln \frac{p_3}{p_4}}{RT_1 \cdot \ln \frac{p_1}{p_2}}$$

Del resto lungo le due adiabatiche, si ha:

$$p_2 v_2^K = p_3 v_3^K \Rightarrow \frac{p_3}{p_2} = \left(\frac{v_2}{v_3} \right)^K \Rightarrow v_2 = \left(\frac{p_3}{p_2} \right)^{\frac{1}{K}} \cdot v_3$$

$$p_4 v_4^K = p_1 v_1^K \Rightarrow \frac{p_1}{p_4} = \left(\frac{v_4}{v_1} \right)^K \Rightarrow v_1 = \left(\frac{p_4}{p_1} \right)^{\frac{1}{K}} \cdot v_4$$

Lungo la isoterma 1-2 si ha:

$$p_1 v_1 = p_2 v_2 \Rightarrow \frac{p_1}{p_2} = \frac{v_2}{v_1}$$

e, analogamente, lungo la 3-4:

$$p_3 v_3 = p_4 v_4 \Rightarrow \frac{p_3}{p_4} = \frac{v_4}{v_3}$$

Mettendo a sistema le equazioni scritte, si ottiene:

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{v_2}{v_1} = \left(\frac{p_3}{p_2} \cdot \frac{p_1}{p_4} \right)^{\frac{1}{K}} \cdot \frac{v_3}{v_4} = \left(\frac{p_3}{p_2} \cdot \frac{p_1}{p_4} \right)^{\frac{1}{K}} \cdot \frac{p_4}{p_3} \Rightarrow$$

$$\frac{p_1}{p_2} \cdot \left(\frac{p_1}{p_2} \right)^{-\frac{1}{K}} = \frac{p_4}{p_3} \cdot \left(\frac{p_4}{p_3} \right)^{-\frac{1}{K}} \Rightarrow \left(\frac{p_1}{p_2} \right)^{1-\frac{1}{K}} = \left(\frac{p_4}{p_3} \right)^{1-\frac{1}{K}} \Rightarrow \frac{p_1}{p_2} = \frac{p_4}{p_3}$$

Da cui, in definitiva:

$$\eta = 1 - \frac{q_2}{q_1} = 1 - \frac{q_{34}}{q_{12}} = 1 - \frac{RT_2 \cdot \ln \frac{p_4}{p_3}}{RT_1 \cdot \ln \frac{p_1}{p_2}} = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

che conferma come, nel ciclo di Carnot, il rendimento dipenda solo dalle temperature delle due sorgenti.

CICLO DI CARNOT INVERSO

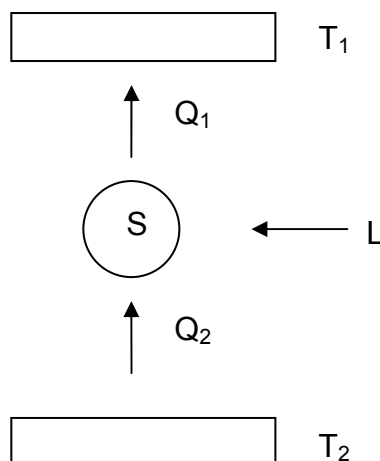
L'enunciato di Clausius del II Principio pone le basi per la realizzazione di un ciclo termodinamico inverso, che descrive il funzionamento di una macchina frigorifero, ossia una macchina in grado di trasferire calore da una sorgente ad una a più alta temperatura grazie all'apporto di una quantità di lavoro dall'esterno.

In un ciclo inverso il fluido esegue delle trasformazioni che, sul diagramma p-v sono percorse in senso antiorario. Analogamente al ciclo diretto, il ciclo composto da due isoterme e da due adiabatiche (*ciclo di Carnot inverso*) è l'unico che garantisce la reversibilità e, per il teorema di Carnot, fornisce le migliori prestazioni ottenibili.

Definiamo anche in questo caso le grandezze necessarie per descrivere il ciclo:

- Sistema S: fluido termodinamico che compie la trasformazione ciclica;
- T_1 : temperatura della sorgente 1;
- T_2 : temperatura della sorgente 2;
- Q_1 : calore ceduto dal sistema alla sorgente 1;
- Q_2 : calore assorbito dal sistema dalla sorgente 2;
- L: lavoro compiuto dall'esterno sul sistema;

Figura 34



Sia, per ipotesi, $T_2 < T_1$.

Si definisce: “*Coefficiente di prestazione*” C. O. P. (Coefficient of Performance) o “*Coefficiente di effetto utile*” del ciclo la grandezza:

$$\varepsilon = \text{C.O.P.} = \frac{Q_2}{L}$$

Il C. O. P. è tanto più elevato quanto più piccolo è il lavoro L compiuto per asportare la quantità di calore Q_2 dalla sorgente fredda.

Applichiamo anche in questo caso il I Principio della Termodinamica all'intero ciclo, ottenendo:

$$\Delta U = Q - L$$

Va ricordato che nell'espressione del I Principio le quantità di calore e di lavoro sono prese ciascuna con il proprio segno, mentre nell'espressione del rendimento o del COP sono prese in valore assoluto. Pertanto si ha:

$$\Delta U = 0 \Rightarrow Q - L = 0 \Rightarrow L = Q_1 - Q_2$$

Da cui si ottiene:

$$\varepsilon = \text{C.O.P.} = \frac{Q_2}{L} = \frac{Q_2}{Q_1 - Q_2}$$

da cui si evince che il C.O.P. può essere anche maggiore di 1. Questa è la ragione per cui, nel definire le prestazioni di un ciclo frigorifero non si è introdotta la grandezza rendimento che, invece, per definizione, è sempre minore dell'unità.

Lo stesso ciclo inverso può essere utilizzato per costruire una “*pompa di calore*”, macchina il cui scopo è quello di fornire calore ad una sorgente calda prelevandolo da una sorgente più fredda. In questo caso l'effetto voluto non è Q_2 ma Q_1 e l'espressione del coefficiente di prestazione diventa:

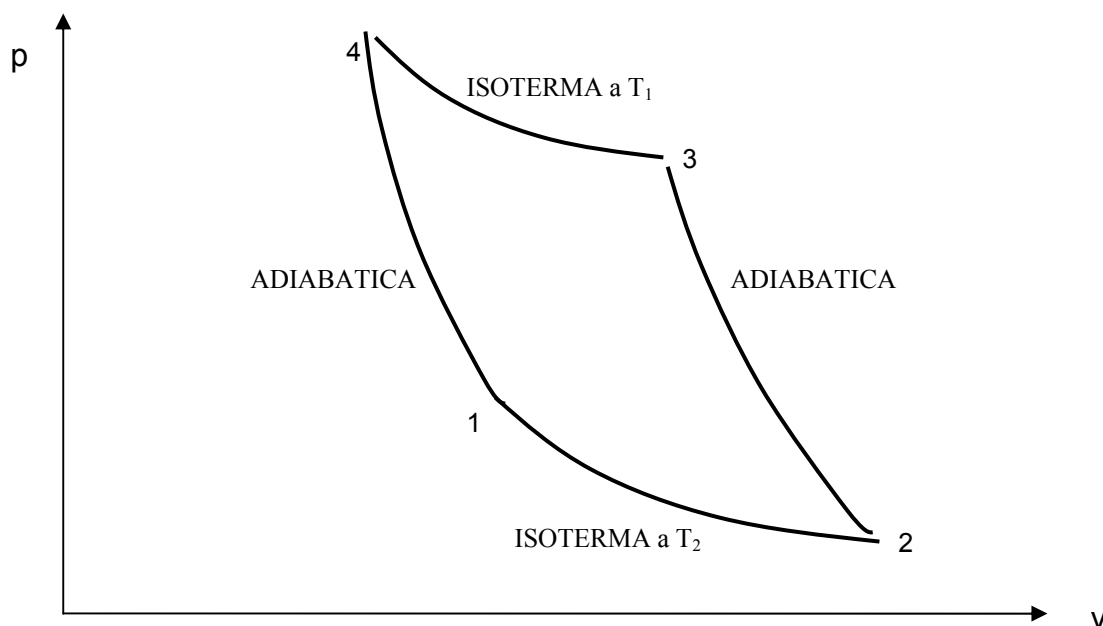
$$\varepsilon' = \text{C.O.P.} = \frac{Q_1}{L} = \frac{Q_1}{Q_1 - Q_2}$$

Tra le due espressioni vale dunque la relazione:

$$\varepsilon' - \varepsilon = 1 \Rightarrow \varepsilon' = \varepsilon + 1$$

Per cui il C.O.P. di una pompa di calore a ciclo di Carnot inverso è sempre maggiore di 1. Descriviamo sul diagramma p-v un ciclo di Carnot inverso:

Figura 35



Trasformazione 1-2: ISOTERMA

Lungo l'isoterma 1-2 il fluido acquisisce calore dalla sorgente 2 a temperatura T_2 ed effettua una espansione mantenendo costante la temperatura: il calore assorbito in questa fase costituisce l'effetto frigorifero, che è tanto più elevato quanto maggiore è l'efficienza del ciclo. Applicando il I principio della Termodinamica, si ottiene:

$$du = dq - dl$$

$$\text{Trasformazione isoterma} \Rightarrow du = 0 \Rightarrow 0 = dq - dl \Rightarrow q_{12} - l_{12} = 0 \Rightarrow q_{12} = l_{12} = RT_2 \cdot \ln \frac{v_2}{v_1} = RT_2 \cdot \ln \frac{p_1}{p_2}$$

Essendo $v_2 > v_1$ e $p_1 > p_2$, sia il lavoro che il calore sono positivi; infatti il fluido assorbe calore (calore entrante) e lo sfrutta compiendo una espansione (lavoro uscente).

Trasformazione 2-3: ADIABATICA

Lungo l'adiabatica il fluido viene compresso senza scambiare calore con l'esterno: il lavoro meccanico compiuto dall'esterno sul sistema provoca un aumento dell'energia interna del sistema stesso, innalzandone di conseguenza la temperatura fino al valore corrispondente alla sorgente 1. Applichiamo anche in questo caso il I principio della Termodinamica, ottenendo:

$$du = dq - dl$$

$$\text{Trasformazione adiabatica} \Rightarrow dq = 0 \Rightarrow du = -dl \Rightarrow u_3 - u_2 = -l_{23} = -\frac{p_2 v_2}{1-K} \left[\left(\frac{p_3}{p_2} \right)^{\frac{K-1}{K}} - 1 \right]$$

Essendo $p_3 > p_2$, l'espressione fra parentesi quadre è positiva, mentre il gruppo $\frac{p_2 v_2}{1-K}$ risulta negativo essendo $K > 1$, quindi l_{23} è negativo. Poiché l_{23} è negativo, ad esso corrisponde un aumento dell'energia interna, quindi della temperatura. In questo modo il sistema si porta alla temperatura della sorgente 1: T_1 .

Trasformazione 3-4: ISOTERMA

Lungo l'isoterma 3-4 il fluido cede alla sorgente 1 a temperatura T_1 il calore assorbito dalla sorgente 2 (effetto frigorifero) più l'equivalente del lavoro meccanico compiuto dall'esterno sul sistema. Applicando il I principio della Termodinamica, si ottiene:

$$du = dq - dl$$

$$\text{Trasformazione isoterma} \Rightarrow du = 0 \Rightarrow 0 = dq - dl \Rightarrow q_{34} - l_{34} = 0 \Rightarrow q_{34} = l_{34} = RT_1 \cdot \ln \frac{v_4}{v_3} = RT_1 \cdot \ln \frac{p_3}{p_4}$$

Essendo in questo caso $v_4 < v_3$ e $p_3 < p_4$, sia il lavoro che il calore risultano negativi; infatti il fluido cede calore (calore uscente) e subisce una compressione (lavoro entrante).

Trasformazione 4-1: ADIABATICA

Lungo l'adiabatica 4-1 il fluido compie una espansione senza scambiare calore con l'esterno riportando il sistema al punto iniziale del ciclo. Applicando il I principio della Termodinamica, si ottiene:

$$du = dq - dl$$

$$\text{Trasformazione adiabatica} \Rightarrow dq = 0 \Rightarrow du = -dl \Rightarrow u_1 - u_4 = -l_{41} = -\frac{p_4 v_4}{1-K} \left[\left(\frac{p_1}{p_4} \right)^{\frac{K-1}{K}} - 1 \right]$$

In questo caso $p_1 < p_4$, quindi il gruppo tra parentesi quadre risulta negativo, ed altrettanto negativo è il rapporto $\frac{p_4 v_4}{1-K}$, essendo $K > 1$, pertanto l_{41} è positivo e ad esso corrisponde una diminuzione dell'energia interna, quindi della temperatura.

Anche nel caso di ciclo di Carnot inverso, analogamente al rendimento del ciclo diretto, le espressioni del coefficiente di prestazione dipendono esclusivamente dalle temperature delle due sorgenti.

Possiamo infatti scrivere, ricordando che il calore q_1 va cambiato di segno essendo negativo:

$$\varepsilon = \frac{q_2}{q_1 - q_2} = \frac{R \cdot T_2 \cdot \ln \frac{p_1}{p_2}}{R \cdot T_1 \cdot \ln \frac{p_4}{p_3} - R \cdot T_2 \cdot \ln \frac{p_1}{p_2}}$$

Del resto possiamo scrivere:

$$p_1 \cdot v_1 = p_2 \cdot v_2 \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \frac{p_1}{p_2}$$

$$p_2 \cdot v_2^K = p_3 \cdot v_3^K \Rightarrow v_2 = \left(\frac{p_3}{p_2} \right)^{\frac{1}{K}} \cdot v_3$$

$$p_3 \cdot v_3 = p_4 \cdot v_4 \Rightarrow \frac{v_3}{v_4} = \frac{p_4}{p_3}$$

$$p_4 \cdot v_4^K = p_1 \cdot v_1^K \Rightarrow v_1 = \left(\frac{p_4}{p_1} \right)^{\frac{1}{K}} \cdot v_4$$

Dividendo membro a membro, si ottiene:

$$\frac{v_2}{v_1} = \left(\frac{p_3}{p_2} \right)^{\frac{1}{K}} \cdot \left(\frac{p_1}{p_4} \right)^{\frac{1}{K}} \cdot \frac{v_3}{v_4} \Rightarrow \frac{p_1}{p_2} = \left(\frac{p_3}{p_2} \right)^{\frac{1}{K}} \cdot \left(\frac{p_1}{p_4} \right)^{\frac{1}{K}} \cdot \frac{p_4}{p_3} \Rightarrow \left(\frac{p_1}{p_2} \right)^{1 - \frac{1}{K}} = \left(\frac{p_4}{p_3} \right)^{1 - \frac{1}{K}} \Rightarrow \frac{p_1}{p_2} = \frac{p_4}{p_3}$$

L'espressione del coefficiente di effetto utile diventa allora:

$$\varepsilon = \frac{T_2}{T_1 - T_2}$$

e l'analogia relativa alla pompa di calore:

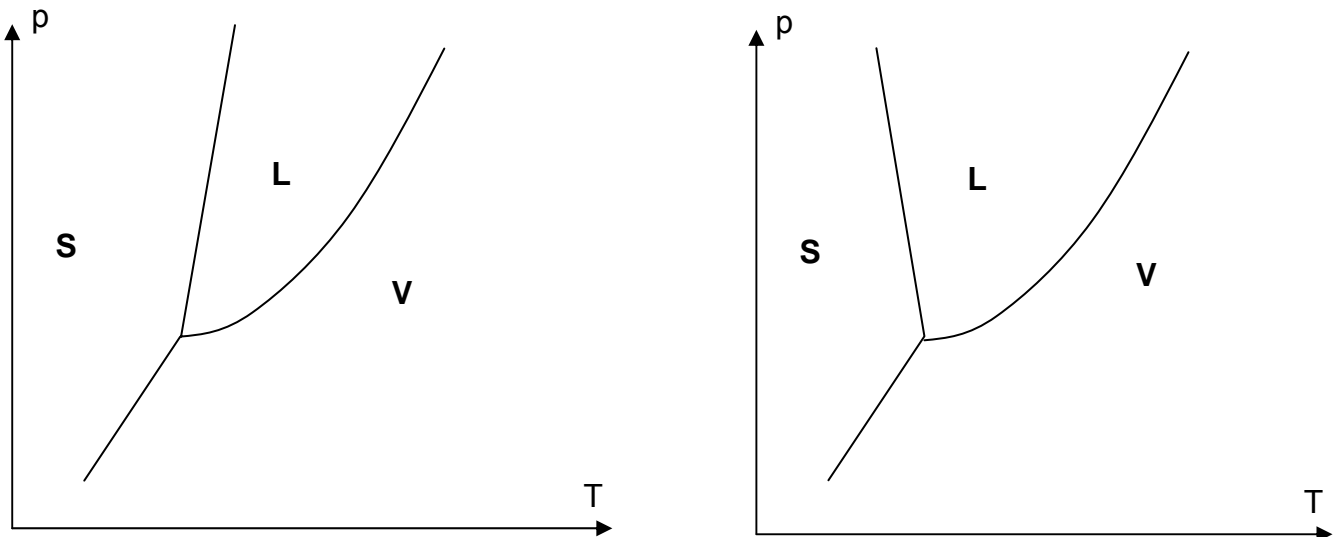
$$\varepsilon' = \frac{T_1}{T_1 - T_2}$$

entrambe dipendenti solo dalle temperature delle due sorgenti.

STATI DI AGGREGAZIONE DELLA MATERIA: I CAMBIAMENTI DI FASE

In natura esistono tre stati di aggregazione della materia o fasi: *solida*, *liquida* e *gassosa*. Un sistema in fase solida è caratterizzato da forma e volume propri, quindi da legami rigidi tra le particelle elementari; alla fase liquida invece corrisponde un volume proprio ma non una forma propria, mentre lo stato gassoso è caratterizzato dal non avere né volume né forma propri, quindi da legami molto deboli tra le particelle. Attraverso processi di scambio termico è possibile far passare un sistema termodinamico da una fase all'altra. Le quantità di calore in gioco in questi casi sono di tipo *latente* e non sensibile. Tutti i cambiamenti di stato avvengono infatti a temperatura costante e durante un cambiamento di fase il calore ceduto o assorbito dal corpo che subisce la trasformazione induce a livello microscopico delle modificazioni nei legami tra le particelle elementari, rompendo o ricostituendo, a seconda dei casi, i legami suddetti.

E' possibile individuare in diagrammi bidimensionali pressione-temperatura oppure pressione-volume punti rappresentativi dei vari stati o linee che rappresentino le trasformazioni di cambiamento di fase. Da ciascuno dei due tipi di diagrammi è possibile trarre alcune utili informazioni. Prendiamo dapprima in esame, a titolo di esempio, il diagramma pressione temperatura p-T nelle due forme della figura seguente.



Nei due diagrammi suddetti si distinguono tre zone, quella del solido, quella del liquido e quella del vapore, separate da linee che rappresentano gli stati di equilibrio tra due fasi. Definiamo fusione il passaggio solido→liquido e solidificazione il suo inverso, vaporizzazione il passaggio liquido→vapore e condensazione il suo inverso, mentre definiamo sublimazione il passaggio diretto solido→vapore che può avvenire per valori molto bassi della pressione.

Nel diagramma di sinistra la pendenza della linea di separazione tra lo stato solido e quello liquido è positiva, mentre nell'altro caso è negativa.

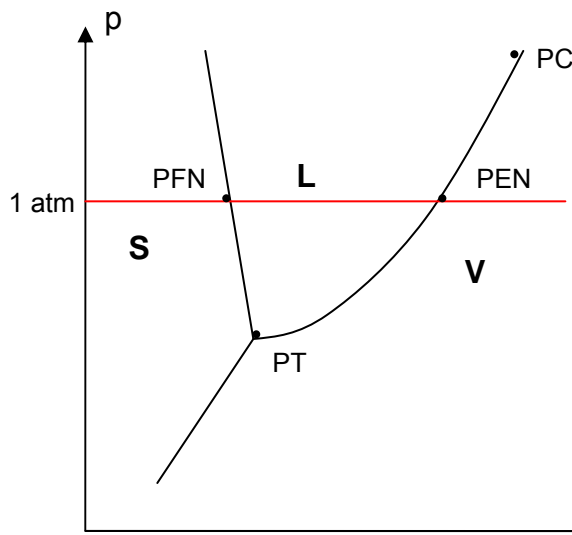
La maggior parte delle sostanze sono caratterizzate da una curva p-T del tipo rappresentato a sinistra, mentre l'acqua e pochissime altre sostanze (antimonio e bismuto) sono caratterizzate da un andamento del tipo rappresentato della figura di destra.

La pendenza negativa della linea solido-liquido per l'acqua si verifica per la proprietà che essa ha di aumentare di volume durante la solidificazione e di diminuire di volume durante la fusione. Un aumento di pressione va dunque a vantaggio della fusione che avviene a

temperature più basse, mentre una diminuzione di pressione favorisce la solidificazione che avviene a temperature più elevate.

Di seguito tracciamo il diagramma p-T per l'acqua in cui vengono evidenziati alcuni punti notevoli:

| | | |
|-------------------------------------|--------------|-------------------------------|
| Punto di fusione normale (PFN): | T = 273,15 K | p = 1 atm (101325 Pa) |
| Punto di ebollizione normale (PEN): | T = 373,15 K | p = 1 atm |
| Punto triplo (PT): | T = 273,16 K | p = 0,006 atm |
| Punto critico (PC): | T = 647,3 K | p = 2,21 x 10 ⁷ Pa |



Tracciando una isobara, ad esempio quella alla pressione atmosferica, si passa, all'aumentare della temperatura, attraverso le tre fasi.

In ciascuno dei tre settori, solido, liquido e gassoso, si definiscono punti che per la regola di Gibbs o delle fasi, sono bivalenti. Infatti:

$$V = C - F + 2 = 1 - 1 + 2 = 2$$

Variando ad esempio la temperatura mantenendo costante la pressione, si rimane nella fase iniziale; in altre parole, pressione e temperatura possono essere variate indipendentemente l'una dall'altra senza variare lo stato di aggregazione della materia.

I punti appartenenti alle linee di equilibrio tra due stati, ad esempio il punto di fusione e quello di ebollizione normali, sono monovarianti. Esprimono infatti la coesistenza di due fasi. Applicando alla regola di Gibbs, si ha:

$$V = C - F + 2 = 1 - 2 + 2 = 1$$

Variando ad esempio la temperatura, si deve far variare la pressione portandola all'unico valore che consente di mantenere lo stesso stato iniziale.

Il punto triplo è zerovariante. Esso esprime la coesistenza dei tre stati e qualsiasi modifica di pressione o temperatura provoca un cambiamento di stato. In altre parole nessun parametro di stato può essere modificato indipendentemente dagli altri senza modificare lo stato di aggregazione della materia.

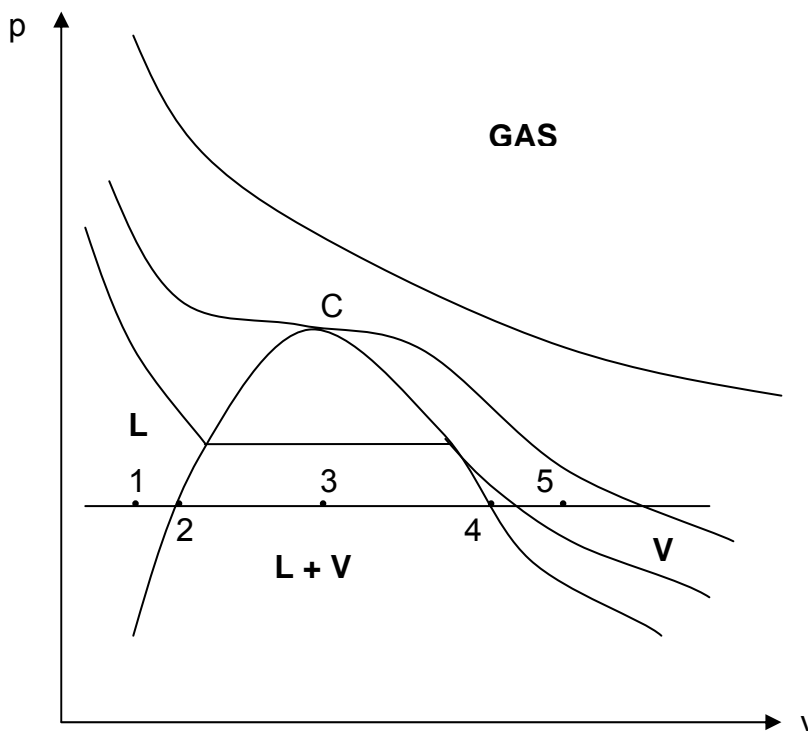
Il punto critico indica la condizione termodinamica al di sopra della quale non è più possibile avere il cambiamento di fase dallo stato di vapore a quello liquido, per cui la sostanza, per qualunque valore di pressione e temperatura, rimane allo stato gassoso.

Se rappresentiamo il diagramma di stato p-v, il punto critico è il punto di massimo della curva a campana, detta di Andrews, che racchiude la zona di coesistenza del liquido e del vapore. A sinistra della campana troviamo la zona del liquido e a destra quella del vapore. Le linee isoterme hanno andamento diverso a seconda della zona in cui sono tracciate. In particolare al di sotto della campana il loro andamento coincide quello delle isobare ed è rettilineo. Esiste infatti una dipendenza univoca tra la pressione di saturazione e la temperatura a cui è calcolata:

$$p_s = p_s(T)$$

Tale segmento di retta si raccorda a sinistra e a destra con due linee curve andando a costituire nel complesso la linea isoterma considerata.

L'isoterma critica risulta tangente alla curva a campana nel suo punto di massimo che costituisce un punto di flesso dell'isoterma stessa.



Esaminiamo ora l'andamento di una linea isobara.

- *Punto 1:*

rappresenta uno stato liquido bivalente, secondo la regola di Gibbs: $V = 1 - 1 + 2 = 2$. Più rigorosamente questo stato si definisce di liquido sottoraffreddato, poiché la sostanza si trova ad una temperatura minore di quella di saturazione alla sua pressione.

- *Punto 2:*

rappresenta una condizione di liquido saturo, in equilibrio tra liquido e vapore; tale stato è monovariante: $V = 1 - 2 + 2 = 1$.

- **Punto 3:**

rappresenta uno stato di coesistenza tra due fasi, miscela di liquido e vapore. Procedendo dal punto 2 verso il punto 4 aumenta la quantità di vapore e diminuisce quella di liquido, poiché è in atto un processo di vaporizzazione che avviene a pressione e temperatura costanti. Lo stato è monovariante: $V = 1 - 2 + 2 = 1$;

- **Punto 4:**

rappresenta una condizione limite oltre la quale non c'è più presenza di liquido e la sostanza è tutta allo stato di vapore: è detta condizione di vapore saturo secco, ancora monovariante, analogamente agli stati 2 e 3.

- **Punto 5:**

rappresenta lo stato di vapore, più rigorosamente di vapore surriscaldato, cioè ad una temperatura superiore a quella di saturazione alla sua pressione. E' uno stato di nuovo bivalente: $V = 1 - 1 + 2 = 2$

Se ci troviamo nella zona al di sopra della temperatura critica la sostanza si può presentare solo allo stato gassoso. Qui le linee isoterme tendono ad avere un andamento iperbolico. Nel caso di gas a temperatura superiore a quella critica ed a pressioni molto basse, da cui ci si attende un comportamento ideale, le isoterme diventano iperboli equilateri.

All'interno di una miscela liquido-vapore si definisce "*Titolo del vapore*" il rapporto tra la massa del vapore e la massa totale della miscela:

$$x = \frac{M_v}{M_v + M_l}$$

in cui:

M_v : massa del vapore nella miscela (kg);

M_l : massa del liquido nella miscela (kg).

Indichiamo con M la massa totale della miscela e con V (m^3) il suo volume, somma del volume occupato dal liquido V_l e di quello occupato dal vapore V_v . Indichiamo con v_l e v_v , rispettivamente, i volumi occupati dall'unità di massa del liquido e del vapore.

Possiamo scrivere le seguenti relazioni:

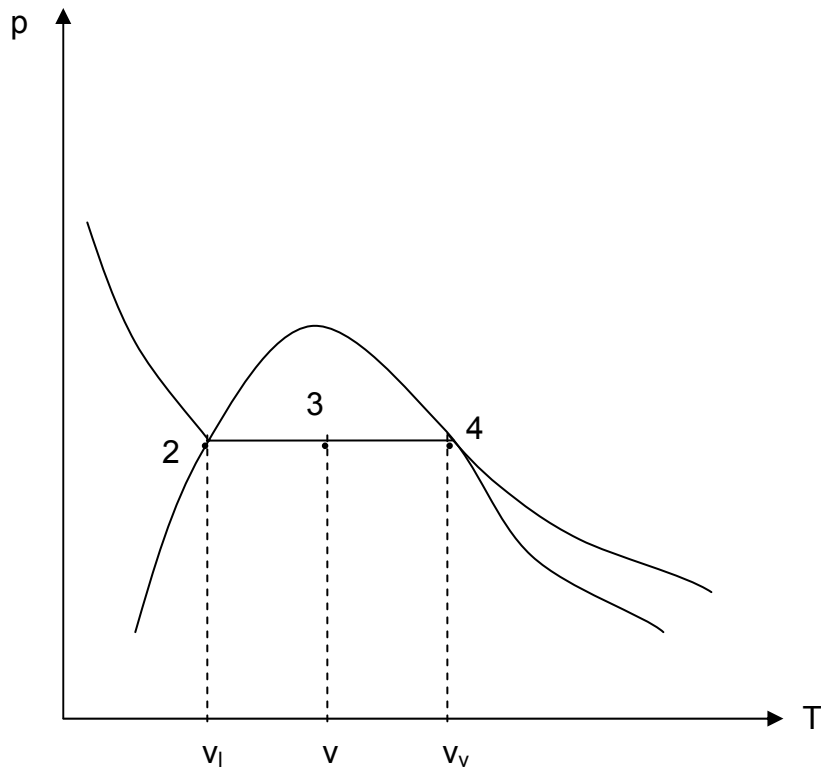
$$V = V_l + V_v$$

$$V_l = v_l \cdot M_l$$

$$V_v = v_v \cdot M_v$$

Con riferimento alla figura seguente, possiamo affermare che nel punto 2 la sostanza è tutta liquida, per cui la sua coordinata sull'asse delle ascisse è v_l , mentre nel punto 4 è tutta allo stato di vapore per cui la sua ascissa è esattamente v_v . Il punto 3 invece è uno stato di coesistenza tra liquido e vapore, per cui la sua coordinata è la v generica, che esprime il volume specifico della miscela:

$$v = \frac{V}{M}$$



Dalla definizione del titolo di vapore abbiamo:

$$x = \frac{M_v}{M} \Rightarrow M_v = x \cdot M \quad \text{e} \quad M_l = M - M_v \Rightarrow M_l = (1 - x) \cdot M$$

A questo punto possiamo scrivere:

$$V = V_l + V_v = v_l \cdot M_l + v_v \cdot M_v = v_l \cdot (1 - x) \cdot M + v_v \cdot x \cdot M$$

da cui:

$$v \cdot M = v_l \cdot (1 - x) \cdot M + v_v \cdot x \cdot M \Rightarrow v - v_l = x \cdot (v_v - v_l) \Rightarrow x = \frac{v - v_l}{v_v - v_l}$$

In altre parole, il titolo è dato dal rapporto delle lunghezze dei due segmenti 23 e 24. Se $v = v_l$, allora si ha solo liquido ed $x = 0$, mentre se $v = v_v$, la sostanza è costituita solo da vapore, per cui si ha: $x = 1$.

TERMODINAMICA DELL'ARIA UMIDA

L'aria umida è costituita da una miscela di gas considerati a comportamento ideale. Tra i gas componenti possiamo raggruppare in un unico elemento, detto "aria secca", l'ossigeno O₂, l'azoto N₂ ed altri, quali ad esempio Ar, CO₂, che si presentano in quantità più piccole, mentre il vapore acqueo costituisce l'elemento umido della miscela. In definitiva l'aria umida può essere considerata una miscela binaria a comportamento ideale composta da aria secca e vapore acqueo. Nella tabella seguente sono riportate le percentuali in massa ed in volume di ciascun gas che costituisce la miscela, oltre che le masse molecolari relative.

| ARIA SECCA | \bar{M} (kg/kmole) | % volume | % massa |
|-------------------|----------------------|----------|---------|
| O ₂ | 32 | 21 | 23 |
| N ₂ | 28 | 78 | 75,5 |
| Ar | 40 | 0,93 | 1,3 |
| CO ₂ | 44 | 0,03 | 0,04 |

Nell'aria troviamo inoltre polveri, particelle in sospensione e fumi in misura proporzionale al grado di inquinamento da cui è caratterizzata.

L'aria secca può essere considerata un componente unico, poiché durante le trasformazioni, che hanno luogo all'interno delle macchine di trattamento degli impianti di climatizzazione, la sua composizione non varia se non in misura molto ridotta. Al contrario il componente umido può variare anche significativamente, come avviene ad esempio nelle trasformazioni di umidificazione o deumidificazione. Per questa ragione, nella definizione delle grandezze termodinamiche specifiche, si userà come riferimento non l'intera massa dell'aria umida ma solo quella del componente secco. Questa assunzione è ampiamente giustificata dal fatto che la quantità di vapore presente in una certa massa d'aria è sempre molto piccola rispetto a quella dell'aria secca.

LEGGE DI DALTON

Si definisce "pressione parziale" di un componente di una miscela di gas il valore della pressione che caratterizzerebbe quel componente se, da solo, occupasse il volume dell'intera miscela.

Per le miscele di aeriformi, possiamo considerare valida la "Legge di Dalton", la quale afferma che "la pressione totale di una miscela è data dalla somma delle pressioni parziali dei singoli componenti":

$$p = \sum_{i=1}^n p_i$$

Applicando la legge di Dalton all'aria umida che è costituita da due soli componenti, possiamo scrivere:

$$p = p_a + p_v$$

dove:

p_a: pressione parziale dell'aria secca (Pa);

p_v: pressione parziale del vapore acqueo (Pa).

In tutte le trasformazioni che esamineremo considereremo l'aria a pressione atmosferica, pari, a 101,325 kPa.

GRANDEZZE TERMODINAMICHE FONDAMENTALI

Definiamo “*umidità specifica*” il rapporto tra la massa di vapore e quella di aria secca presenti in un certo volume d'aria umida. Tale grandezza si misura in grammi di vapore per kilogrammi di aria secca.

$$x = \frac{m_v}{m_a} \quad [\text{g}_v/\text{kg}_a]$$

Considerando aria secca e vapore come due gas ideali, possiamo applicare ad essi la legge di stato, come segue:

$$p_v \cdot V = m_v \cdot R_v \cdot T \Rightarrow m_v = \frac{p_v \cdot V}{R_v \cdot T}$$

$$p_a \cdot V = m_a \cdot R_a \cdot T \Rightarrow m_a = \frac{p_a \cdot V}{R_a \cdot T}$$

Da cui si ottiene:

$$\frac{m_v}{m_a} = \frac{p_v \cdot V}{R_v \cdot T} \cdot \frac{R_a \cdot T}{p_a \cdot V} = \frac{R_a}{R_v} \cdot \frac{p_v}{p_a} = 0,622 \cdot \frac{p_v}{p_a}$$

In definitiva si può esprimere l'umidità specifica in funzione delle pressioni parziali, nel modo seguente:

$$x = \frac{m_v}{m_a} = 0,622 \cdot \frac{p_v}{p_a} = 0,622 \cdot \frac{p_v}{p_{atm} - p_v}$$

Un'altra grandezza strettamente legata al contenuto di vapore è l'“*umidità relativa*”, che possiamo definire come la massa di vapore presente in una certa miscela di aria umida fratto quella che renderebbe satura la miscela alla stessa temperatura:

$$\varphi = \frac{m_v}{m_{v,s}} \Big|_T$$

Mentre l'umidità specifica esprime l'effettiva quantità di vapore presente in una miscela, l'umidità relativa indica piuttosto la distanza di una miscela di aria umida dallo stato di saturazione. E' una grandezza che si misura in quantità percentuali e dà l'informazione di quanto vapore sia ancora necessario alla miscela considerata perché a quella stessa temperatura, raggiunga le condizioni di saturazione. Se ϕ vale 1 (100%), diremo che l'aria è satura, cioè contiene la massima quantità di vapore possibile alla sua temperatura; se

ad esempio ϕ vale 0,5 (50%), allora nell'aria è presente una quantità di vapore che è pari alla metà di quella che renderebbe satura la miscela.

La saturazione è una condizione termodinamica strettamente dipendente dalla temperatura: la stessa quantità di vapore, definita dal medesimo valore dell'umidità specifica, dà luogo a valori diversi dell'umidità relativa a diverse temperature.

In particolare, l'aria secca ha maggiori capacità di miscelarsi al vapore a temperature più elevate, per cui grosse quantità di vapore possono dare, ad elevate temperature, bassi valori di umidità relativa, mentre a basse temperature piccole quantità di vapore possono dar luogo alla saturazione.

Anche in questo caso possiamo applicare la I legge di stato dei gas ideali:

$$p_v \cdot V = m_v \cdot R_v \cdot T \Rightarrow m_v = \frac{p_v \cdot V}{R_v \cdot T}$$

$$p_{v,s} \cdot V = m_{v,s} \cdot R_v \cdot T \Rightarrow m_{v,s} = \frac{p_{v,s} \cdot V}{R_v \cdot T}$$

Da cui si ottiene:

$$\left. \frac{m_v}{m_{v,s}} \right|_T = \frac{p_v \cdot V}{R_v \cdot T} \cdot \frac{R_v \cdot T}{p_{v,s} \cdot V} = \left. \frac{p_v}{p_{v,s}} \right|_T$$

In definitiva:

$$\varphi = \left. \frac{m_v}{m_{v,s}} \right|_T = \left. \frac{p_v}{p_{v,s}} \right|_T$$

Definiamo ancora l'“umidità assoluta” o “densità di vapore acqueo” il rapporto tra la massa di vapore presente nella miscela ed il suo volume. Questa grandezza si misura in grammi di vapore per metri cubi:

$$d = \frac{m_v}{V} \quad [\text{g}/\text{m}^3]$$

La relazione esistente tra l'umidità relativa e quella assoluta è la seguente:

$$\varphi = \frac{m_v}{m_{v,s}} = \frac{d}{d_{v,s}}$$

dove $d_{v,s}$ è la densità di vapore acqueo in condizioni di saturazione.

Definiamo ancora il “volume specifico” come il volume occupato dall'unità di massa di aria secca:

$$v = \frac{V}{m_a} \quad [\text{m}^3/\text{kg}_a]$$

Infine definiamo l' "entalpia" come somma della componente relativa all'aria secca e di quella relativa al vapore:

$$H = H_a + H_v \quad [\text{J}]$$

La relativa grandezza specifica si ottiene riferendo la grandezza suddetta alla massa di aria secca:

$$H = H_a + H_v = m_a \cdot h_a + m_v \cdot h_v$$

Da cui:

$$h = \frac{H}{m_a} = \frac{m_a \cdot h_a}{m_a} + \frac{m_v \cdot h_v}{m_a} = h_a + x \cdot h_v$$

Applicando il I Principio della Termodinamica nella forma utilizzata per i sistemi aperti, considerando nullo il lavoro tecnico, si ha che la potenza termica scambiata all'interno di una trasformazione di riscaldamento da uno stato termodinamico ad un altro, equivale ad una variazione di entalpia specifica.

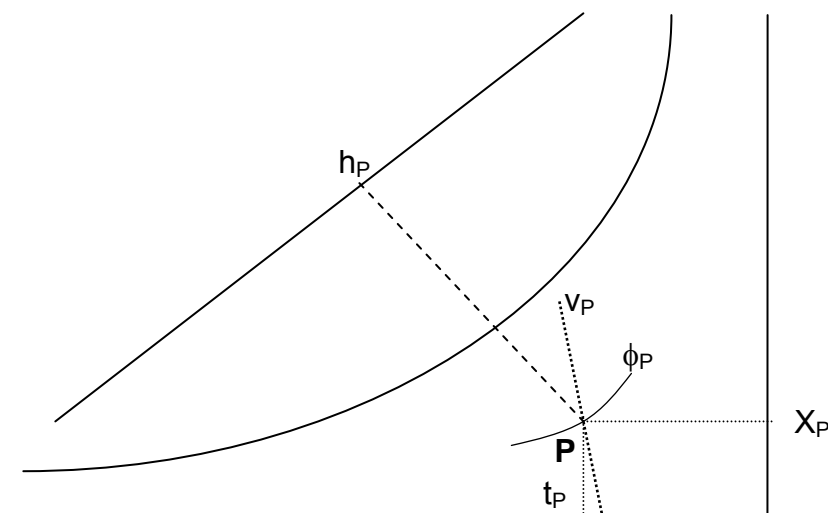
$$h - h_0 = c_{pa} \cdot (t - t_0) + x \cdot [r_0 + c_{pv} \cdot (t - t_0)]$$

essendo r_0 il calore latente di vaporizzazione dell'acqua alla temperatura t_0 .

E' possibile esprimere l'entalpia specifica in funzione della temperatura della miscela, una volta individuato uno stato di riferimento ad entalpia nulla, che è quello corrispondente ad una temperatura di 0°C:

$$h = c_{pa} \cdot t + x \cdot (r_0 + c_{pv} \cdot t)$$

L'equazione scritta, una volta risolta in forma parametrica, consente di disegnare il cosiddetto *diagramma psicrometrico*, che è un diagramma di stato relativo all'aria umida, dove possono essere tracciate tutte le linee in cui, di volta in volta, ciascuno dei parametri termodinamici descritti rimane costante.



Su tale diagramma è possibile individuare punti rappresentativi dello stato termodinamico dell'aria. Nota una coppia di coordinate, si individua il punto che descrive lo stato in cui si trova l'aria e si leggono i valori assunti da tutte le altre grandezze di stato.

Il diagramma psicrometrico è tracciato a pressione costante pari alla pressione atmosferica.

TRASFORMAZIONI DELL'ARIA UMIDA A PRESSIONE TOTALE COSTANTE

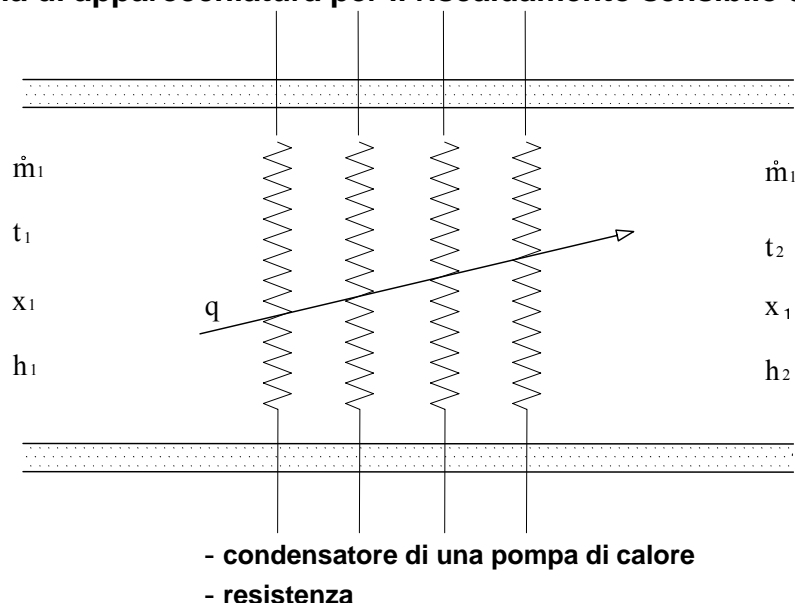
I possibili trattamenti dell'aria umida per usi civili ed industriali più frequenti comprendono processi combinati di trasformazioni più semplici, quali il riscaldamento ed il raffreddamento sensibile, la umidificazione e la deumidificazione, la miscelazione tra masse diverse di aria umida, tra aria ed acqua polverizzata o tra aria ed un getto di vapore. Dapprima saranno presi in considerazione i processi più elementari e, successivamente, gli stessi verranno studiati nelle loro combinazioni più frequenti, tipiche del condizionamento estivo ed invernale.

RISCALDAMENTO E RAFFREDDAMENTO SENSIBILE DELL'ARIA UMIDA

Per comodità di esposizione si prendano dapprima in esame il riscaldamento ed il raffreddamento sensibile considerati come processi semplici, non accompagnati, cioè, da variazioni di umidità specifica, che comporterebbero necessariamente scambi di calore latente.

Si ha riscaldamento sensibile quando l'aria acquista energia termica e mantiene inalterato il proprio contenuto di vapore d'acqua: la temperatura aumenta, l'umidità specifica si mantiene costante mentre l'umidità relativa diminuisce: l'aria, quindi, diventa più asciutta. Un esempio di riscaldamento sensibile è quello che avviene in una corrente d'aria che lambisce la superficie esterna di una batteria di tubi asciutti percorsi all'interno da un fluido più caldo. In un impianto a ciclo inverso a vapore, operante come pompa di calore, la superficie calda è naturalmente quella del condensatore. Una alternativa per disporre di una superficie calda può essere quella di sfruttare l'effetto Joule in una opportuna resistenza elettrica.

Schema di apparecchiatura per il riscaldamento sensibile dell'aria.



Si consideri un processo di riscaldamento sensibile all'interno di un ben definito volume di controllo, come rappresentato nella figura che precede, in condizioni di flusso termico stazionario.

Per il principio della conservazione della massa, applicato separatamente ai due componenti aria asciutta e vapore d'acqua, si ha:

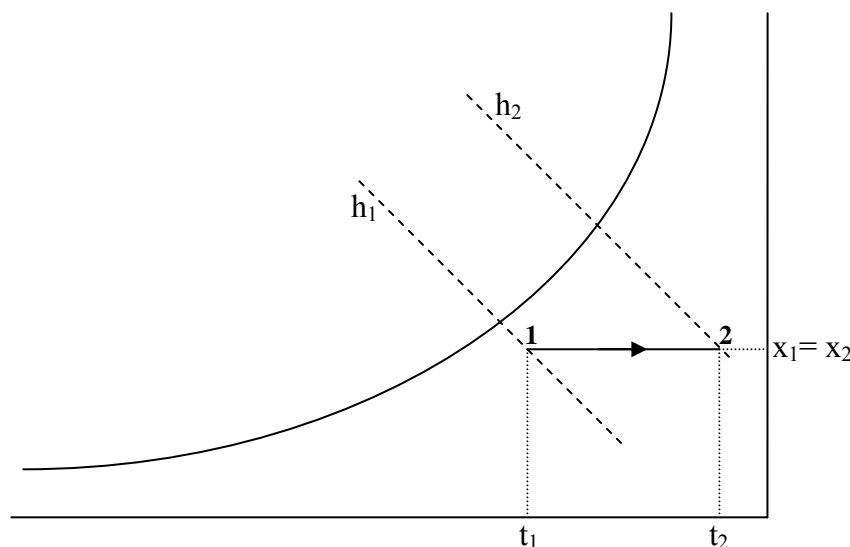
$$\dot{m}_{a1} = \dot{m}_{a2} = \dot{m}_a$$

cioè, la portata dell'aria asciutta rimane la stessa nella sezione di ingresso ed in quella di uscita del volume di controllo, per cui:

$$\dot{m}_a x_1 = \dot{m}_a x_2 \Rightarrow x_1 = x_2$$

cioè, l'umidità specifica all'uscita resta uguale a quella all'ingresso.

Rappresentazione sul diagramma psicrometrico del riscaldamento sensibile



Per il principio della conservazione dell'energia, ritenendo trascurabili il calore scambiato attraverso le pareti del volume di controllo e la variazione di energia potenziale come di quella cinetica ed ininfluenza lo scambio di lavoro con l'esterno, si ha:

$$dq = dh \Rightarrow q_{12} = h_2 - h_1 ; \dot{Q}_{12} = \dot{m}_a (h_2 - h_1)$$

dove q rappresenta il flusso termico fornito alla portata d'aria dalla batteria di tubi caldi o dalla resistenza elettrica.

Il flusso termico può essere determinato, quindi, direttamente rilevando su un diagramma psicrometrico i valori delle due entalpie specifiche, di inizio e di fine riscaldamento, e moltiplicando la loro differenza per la portata di aria asciutta.

La portata d'aria si determina dal dimensionamento termodinamico dell'impianto, previa verifica di compatibilità con i valori richiesti dalla normativa vigente volti ad assicurare nell'ambiente le condizioni igieniche necessarie allo svolgimento delle attività previste.

In mancanza del diagramma, o per riscaldamenti sensibili che si estendono ben oltre la zona coperta dal diagramma, o quando sono richieste migliori accuratezze nei risultati, si

deve scegliere la via analitica, in sostituzione di quella grafica. Per procedere utilmente si debbono conoscere gli stati termodinamici dell'aria all'ingresso ed all'uscita, e si deve conoscere la portata della corrente di aria. La portata può essere quella volumetrica \dot{V} (m^3s^{-1}) o quella ponderale \dot{m} (kg s^{-1}). Tra le due vale la seguente relazione:

$$\dot{m} = \rho \dot{V}$$

dove ρ è la densità.

Infine, per dimensionare lo scambiatore di calore, il condensatore della pompa di calore o la resistenza elettrica, è necessario conoscere la potenza termica che deve essere garantita durante il processo. Tale potenza termica può essere valutata tramite l'equazione precedentemente scritta che consente di calcolarla in funzione della differenza di entalpia. Tale relazione, tenendo conto che $x_1 = x_2 = x$, può essere scritta nella forma seguente, ricordando la relazione dell'entalpia specifica dell'aria umida:

$$\dot{Q}_{12} = \dot{m}_a (h_2 - h_1) = \dot{m}_a (c_{pa} + x c_{pv}) \cdot (t_2 - t_1)$$

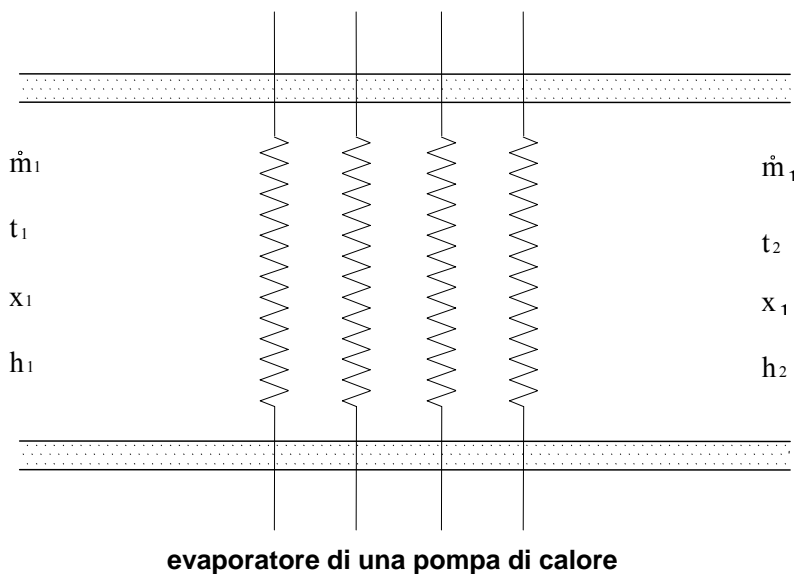
che, sostituendo i valori numerici dei calori specifici dell'aria secca e del vapore, diventa:

$$\dot{Q}_{12} = \dot{m}_a (1 + 1.92 x) \cdot (t_2 - t_1) \quad (\text{S.I.})$$

$$\dot{Q}_{12} = \dot{m}_a (0.24 + 0.46 x) \cdot (t_2 - t_1) \quad (\text{S.T.})$$

Il raffreddamento sensibile, invece, è il processo che avviene quando l'aria umida contatta una parete, la cui temperatura superficiale è minore della temperatura dell'aria, ma maggiore della "temperatura di rugiada dell'ambiente".

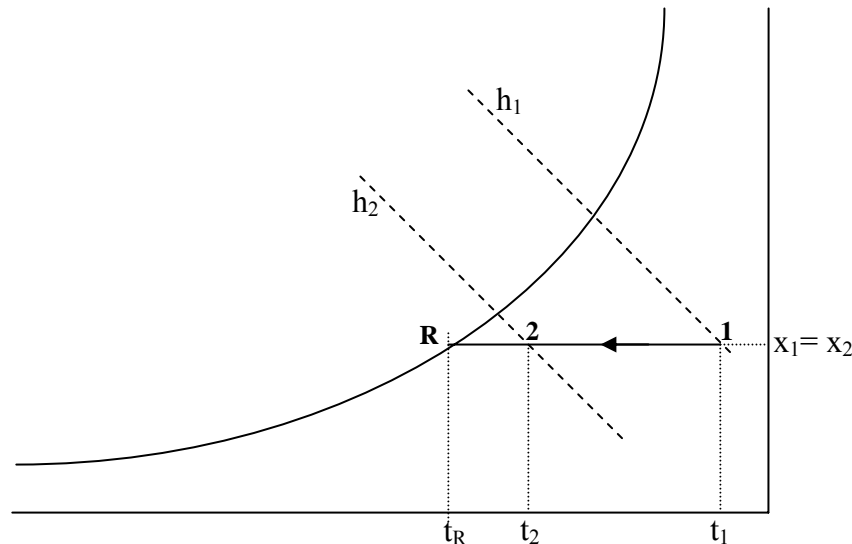
Schema di apparecchiatura per il processo di raffreddamento dell'aria.



La temperatura di rugiada di un ambiente è quella di saturazione che si raggiunge attraverso un processo di raffreddamento sensibile, in cui, come detto, rimane costante l'umidità specifica. Sul diagramma seguente, che descrive un processo di raffreddamento

sensibile, il punto di rugiada è indicato con la lettera R ed esprime il punto finale di una trasformazione di raffreddamento spinta fino alla saturazione.

Rappresentazione sul diagramma psicrometrico del processo di raffreddamento sensibile.



Se la temperatura dell'aria, durante un raffreddamento sensibile, raggiunge la temperatura di rugiada T_R , si innesca il fenomeno della condensa. Se si vuole impedire tale fenomeno all'interno di un ambiente è dunque necessario mantenere tutte le superfici ad una temperatura maggiore di quella di rugiada.

La parete fredda potrebbe essere quella esterna dell'evaporatore di un ciclo frigorifero. E' del tutto inutile ripetere per il raffreddamento sensibile quanto già detto per il riscaldamento sensibile, dal momento che vale la stessa impostazione per i bilanci di massa e di energia, con l'unica differenza imposta dal punto di rugiada: il raffreddamento rimane sensibile fino a quando la temperatura si mantiene maggiore di quella di rugiada.

Per i processi descritti si è ipotizzato un contatto perfetto tra la corrente d'aria da trattare e la superficie di scambio.

Questa situazione di scambio ideale presuppone che tutta l'aria subisca interamente la trasformazione, fino al raggiungimento dell'equilibrio termico con la superficie. Nella realtà qualunque trasformazione è sempre un processo imperfetto ed incompleto, il cui stato finale può essere adeguatamente valutato attraverso un opportuno fattore correttivo, chiamato *fattore di by-pass*, che tiene conto della incompletezza dello scambio termico, del quale si tratterà in seguito.

MISCELAZIONE

L'importanza della miscelazione di due o più correnti d'aria umida sta nel fatto che questo è un processo fondamentale negli impianti di condizionamento con ricircolo d'aria, molto utili e consigliati per motivi di risparmio energetico e di igiene ambientale. La miscelazione, inoltre, è onnipresente negli impianti di condizionamento, in quanto si presenta inevitabilmente in qualsiasi processo di trattamento dell'aria umida. Difatti, è soltanto una idealizzazione ritenere che la corrente d'aria possa uscire completamente ed uniformemente trattata dopo un qualsiasi trattamento. Lo stato finale rappresentativo può essere visto come il risultato di una miscelazione spontanea per diffusione che uniformi la

distribuzione degli innumerevoli stati termodinamici reali. Inoltre, la miscelazione avviene anche dentro gli stessi ambienti da condizionare tra l'aria già presente e l'aria immessa forzatamente attraverso le bocchette. A questo proposito si noti che l'aria immessa deve trovarsi in uno stato termodinamico tale da portare e mantenere l'aria ambiente alle condizioni finali desiderate per il comfort o per qualsiasi destinazione d'uso.

Per i principi della conservazione della massa e dell'energia nelle due o più sezioni di ingresso e nella sezione di uscita del miscelatore, in riferimento alle portate ponderali d'aria asciutta, si ha per un miscelatore a due ingressi:

- conservazione della massa dell'aria asciutta: $\dot{m}_{a3} = \dot{m}_{a1} + \dot{m}_{a2}$
- conservazione della massa del vapore: $\dot{m}_{a3} x_3 = \dot{m}_{a1} x_1 + \dot{m}_{a2} x_2$
- conservazione dell'energia: $\dot{m}_{a3} h_3 = \dot{m}_{a1} h_1 + \dot{m}_{a2} h_2 \pm q$

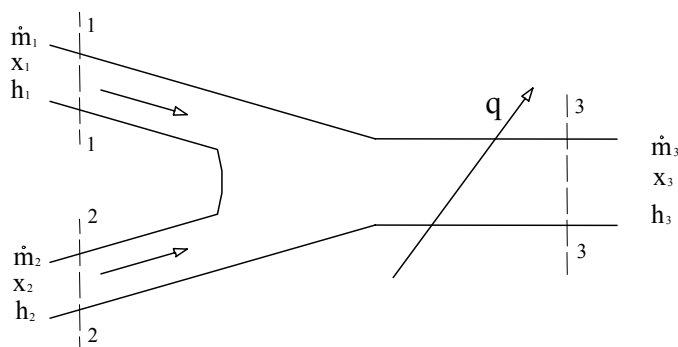
dove q è il flusso termico scambiato con l'esterno, se le pareti del miscelatore sono *diatermiche*.

Nel caso della miscelazione adiabatica ($q = 0$), lo stato dell'aria umida, all'uscita del miscelatore, è individuato, nel piano h - x , dal punto di coordinate calcolate come medie ponderate rispettivamente delle entalpie specifiche e delle umidità specifiche, con i pesi rappresentati dalle portate d'aria asciutta che attraversano le due sezioni di ingresso, rispetto alla portata totale:

$$x_3 = \frac{\dot{m}_{a1} x_1 + \dot{m}_{a2} x_2}{\dot{m}_{a3}}$$

$$h_3 = \frac{\dot{m}_{a1} h_1 + \dot{m}_{a2} h_2}{\dot{m}_{a3}}$$

Schema di un apparato di miscelazione di due portate d'aria.



Inoltre, dalla elaborazione delle relazioni precedenti dopo aver sostituito la portata totale con la somma delle due portate in ingresso, si ottiene anche:

$$\frac{\dot{m}_{a1}}{\dot{m}_{a2}} = \frac{x_2 - x_3}{x_3 - x_1} \quad \text{e} \quad \frac{\dot{m}_{a1}}{\dot{m}_{a2}} = \frac{h_2 - h_3}{h_3 - h_1}$$

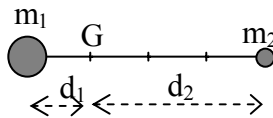
dalle quali:

$$\frac{x_2 - x_3}{x_3 - x_1} = \frac{h_2 - h_3}{h_3 - h_1}$$

L'ultima equazione scritta è la condizione di allineamento di tre punti, che nello specifico rappresentano gli stati dell'aria nelle due sezioni di ingresso ed in quella di uscita: lo stato dell'aria all'uscita del miscelatore si trova, quindi, sulla stessa retta passante per i due punti rappresentativi degli stati iniziali delle due portate d'aria. Inoltre, le equazioni scritte assegnano al punto 3 il ruolo di baricentro di un sistema di due masse, proporzionali alle due portate, localizzate, sul diagramma psicrometrico, ciascuna nei punti caratteristici del proprio stato termodinamico: le distanze (*bracci*) dei punti estremi, ove sono localizzate le due masse, dal baricentro sono in rapporto inverso con le portate:

$$\dot{m}_1 : \dot{m}_2 = d_2 : d_1$$

Determinazione grafica del baricentro.



Applicando la regola del comporre:

$$(\dot{m}_1 + \dot{m}_2) : \dot{m}_1 = (d_2 + d_1) : d_2$$

$$\dot{m} : \dot{m}_1 = d : d_2$$

$$d_2 = \frac{\dot{m}_1}{\dot{m}} d \quad \quad d_1 = \frac{\dot{m}_2}{\dot{m}} d$$

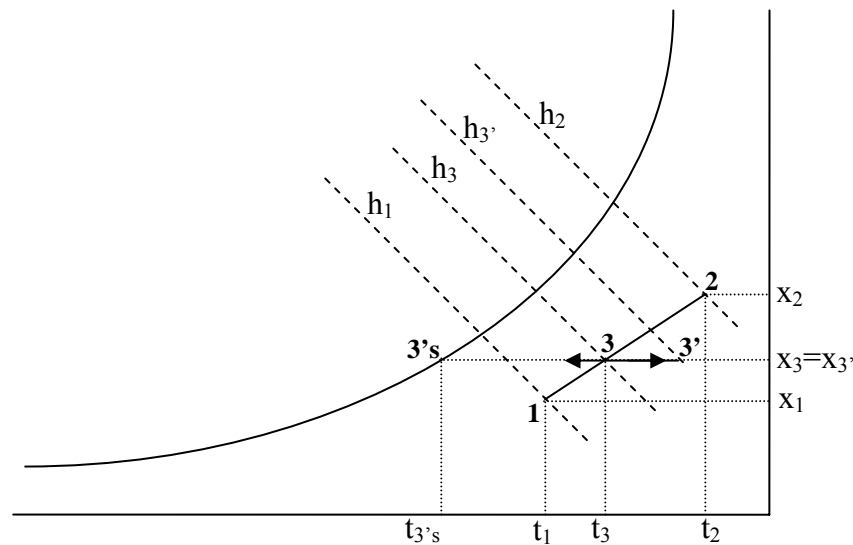
Anche se i due punti rappresentativi degli stati iniziali si trovano al di sopra della curva di saturazione, può presentarsi il caso che parte del segmento congiungente tali punti si trovi al di sotto della curva di saturazione: dalla miscelazione di due masse d'aria può, quindi, derivare la condensazione di parte del vapore. Le gocce di condensa possono essere trascinate dalle stesse correnti d'aria, se non costrette a precipitare in tempo.

Nel caso di miscelazione non adiabatica ($q \neq 0$) il punto finale ha la stessa umidità specifica dello stato di fine miscelazione adiabatica, ma l'entalpia questa volta è data da:

$$h_{3'} = \frac{\dot{m}_{a1} h_1 + \dot{m}_{a2} h_2}{\dot{m}_{a3}} \pm \frac{q}{\dot{m}_{a3}} = h_3 \pm \frac{q}{\dot{m}_{a3}}$$

dove h_3 è, ovviamente, l'entalpia finale della miscelazione adiabatica.

Rappresentazione del processo di miscelazione adiabatica e non.



Se il punto 3' capita oltre la curva di saturazione, come detto precedentemente, questo significa che parte del vapore si condensa durante la miscelazione con possibile formazione di goccioline disperse nell'atmosfera interna o con produzione di un velo d'acqua su qualcuna delle superfici interne. Talora la sovrasaturazione, corrispondente al punto 3' oltre la curva di saturazione, rappresenta uno stato *metastabile* per l'aria umida caratterizzato da un contenuto di vapore maggiore del contenuto massimo $x_{3's}$ compatibile con la temperatura di saturazione $t_{3's}$, senza formazione di goccioline tipiche della nebbia. Lo stato di equilibrio metastabile può essere facilmente perso, anche a causa di eventi banali come un piccolo shock meccanico, dando origine ad una trasformazione spontanea fino al raggiungimento dello stato di equilibrio stabile (3's) con perdita dell'eccesso del componente acqua ($x_3 - x_{3's}$) in una trasformazione a temperatura costante.

DEUMIDIFICAZIONE MEDIANTE RAFFREDDAMENTO

Si presenta spesso nella tecnica degli impianti di climatizzazione industriali e civili, la necessità di deumidificare l'aria mediante un raffreddamento isobaro, a *pressione parziale costante*, fino a raggiungere temperature più basse della temperatura di rugiada.

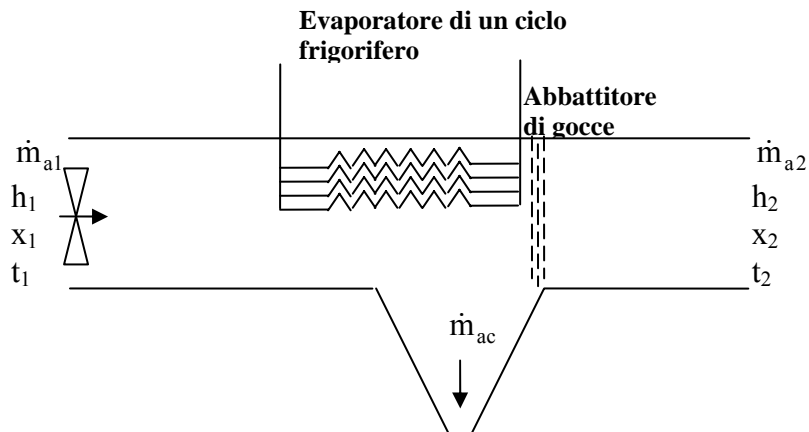
La deumidificazione si compie durante il contatto tra l'aria umida ed una superficie fredda, che può essere anche la superficie libera di una massa compatta d'acqua o di altro liquido, oppure la superficie delle goccioline di un getto d'acqua polverizzata o, infine, più abitualmente è la superficie di tubi freddi che separino il flusso dell'aria da quello del fluido operativo. L'uso di una parete solida di separazione tra l'aria ed il fluido refrigerante, come l'ammoniaca o i derivati alogenati del metano, dell'etano e del propano, indicati con l'acronimo HFC⁸ (Hydro Fluoro Carbon) che hanno sostituito i vecchi CFC (Chloro Fluoro Carbon), ritenuti responsabili dell'assottigliamento della ozonosfera, evita i fenomeni che si originano nel contatto, quali lo sviluppo di eventuali reazioni chimiche indesiderate e pericolose nella massa dell'aria, il trasporto e la diffusione nella corrente d'aria di sostanze tossiche e corrosive e, comunque, inquinanti, che pregiudicano pericolosamente la qualità dell'aria.

⁸ Tra gli HFC usati più diffusamente nella refrigerazione e nel condizionamento dell'aria, sono da citare il 134a, il 132, il 125 ed il 143a.

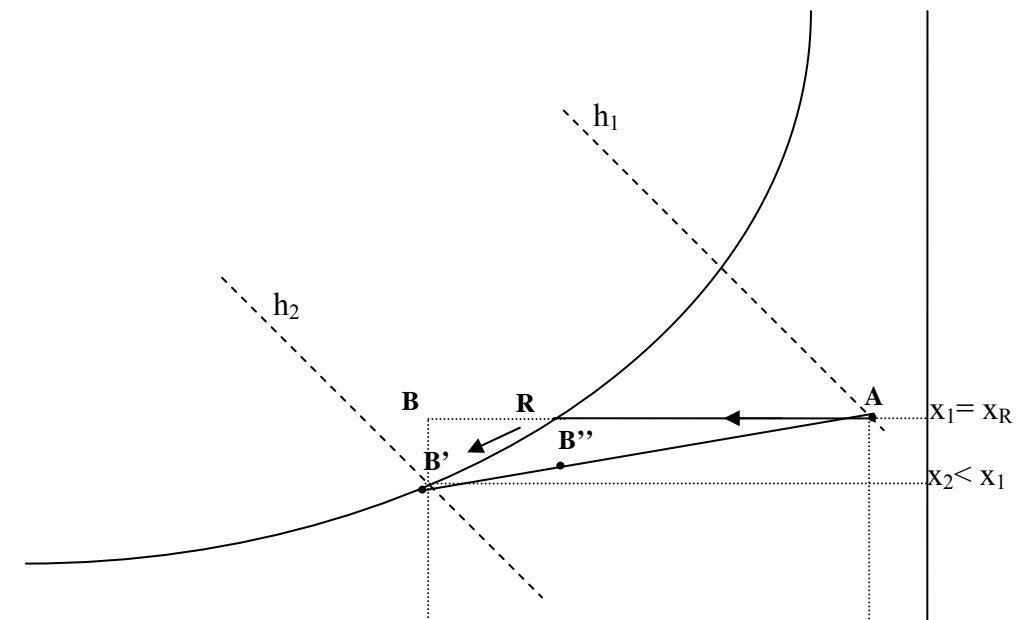
Si consideri un deumidificatore a parete solida, come quello schematizzato nella figura seguente, realizzato mediante una batteria di tubi all'interno dei quali scorre un fluido freddo: nel caso di un ciclo inverso, la batteria fredda è l'*evaporatore*.

Si ipotizzi la situazione ideale dello scambio termico perfetto ed uniforme tra tutta quanta la corrente d'aria e la superficie di scambio, che si verifica quando tutta la corrente d'aria ha modo e tempo per raggiungere l'equilibrio termico con la superficie di scambio, prima di uscire.

Schema di una apparecchiatura per la deumidificazione dell'aria mediante raffreddamento



Rappresentazione della deumidificazione mediante raffreddamento.



Se l'acqua che condensa durante il raffreddamento dovesse rimanere finemente dispersa nella massa d'aria, il punto rappresentativo dello stato finale si troverebbe nella zona delle nebbie: il punto B nella figura precedente.

Favoriscono la formazione di nebbia un'elevata concentrazione di pulviscolo o di nuclei attivi di condensazione, nell'aria da raffreddare, ed una velocità della corrente d'aria non sufficientemente elevata nell'attraversata del deumidificatore.

Nel caso più generale che non prevede la formazione di nebbia, l'acqua condensata precipita spontaneamente per gravità a mano a mano che le gocce raggiungono dimensioni e, quindi, peso sufficienti per la caduta. In situazioni del genere lo stato finale della miscela gassosa è rappresentato dal punto B' individuato come punto di intersezione tra la isoterma passante per il punto B e la curva di saturazione: la trasformazione avvenuta è descritta dalla spezzata ARB'.

Una trasformazione completa di questo tipo è realizzabile solo costringendo tutte le particelle d'aria a lambire la superficie fredda fino al raggiungimento dell'equilibrio termico, e questo non avviene normalmente per tutte le particelle d'aria. Sarebbe necessaria, a questo scopo, una superficie di scambio infinitamente grande.

In una trasformazione reale, l'aria viene a contatto con la batteria di tubi freddi attraverso resistenze termiche più o meno grandi, a seconda del percorso delle singole particelle, raggiungendo, quindi, stati finali statisticamente distribuiti tra lo stato iniziale A e lo stato finale B' corrispondente allo stato di equilibrio termico completo, da assumere ideale, con la superficie esterna dei tubi. Pensare che all'uscita ci sia aria ancora alle condizioni di ingresso, significa che la resistenza termica dello strato che separa questa porzione della corrente d'aria dalla superficie di scambio è molto alta, a rigore infinita.

Per descrivere il fenomeno come avviene in condizioni reali si può ricorrere ad uno schema di funzionamento che preveda, per una parte dell'aria, un trattamento ideale, in cui questa raggiunga la temperatura superficiale della batteria fredda e, per la rimanente, assenza totale di trattamento. In altre parole si ipotizza che quest'ultima venga by-passata, trovandosi, alla fine della trasformazione, nelle condizioni iniziali.

Nell'ipotesi di un completo rimescolamento tra l'aria trattata in modo ideale e quella by-passata all'uscita della batteria, si ottiene uno stato medio di fine deumidificazione B'', facilmente individuabile con le leggi della miscelazione e, se la miscelazione è adiabatica, localizzato nel baricentro tra i punti A e B' tanto più spostato verso B' quanto più efficace è il contatto termico tra l'aria e la superficie fredda.

Il rapporto tra il segmento B'B'' ed il segmento AB', convenzionalmente chiamato *fattore di by-pass* (FB), è una caratteristica del sistema e può essere interpretato come la portata d'aria \dot{m}_{bp} , riferita alla portata d'aria totale \dot{m}_{tot} , che dovrebbe essere fatta passare al di fuori del sistema, uscendo nelle stesse condizioni di ingresso, quando tutta la restante portata possa essere condotta allo stato B' di fine miscelazione ideale, per ottenere, a miscelazione completata, lo stato finale B'':

$$FB = \frac{\dot{m}_{bp}}{\dot{m}_{tot}}$$

In un deumidificatore, dai bilanci di massa di aria secca e di vapore e dal bilancio di energia, avendo indicato con \dot{m}_c la portata di acqua condensata, si ricava:

$$\begin{aligned} \dot{m}_{a1} = \dot{m}_{a2} = \dot{m}_a & \quad \dot{m}_a x_1 = \dot{m}_a x_2 + \dot{m}_c \\ \dot{m}_a h_1 = \dot{m}_a h_2 + \dot{m}_c h_c + q & \end{aligned}$$

dalle quali:

$$\begin{aligned} \dot{m}_a (h_1 - h_2) &= \dot{m}_c h_c + q \\ \dot{m}_a (x_1 - x_2) &= \dot{m}_c \end{aligned}$$

Dividendo tra loro le due equazioni scritte, si può conoscere il coefficiente angolare della retta che contiene il segmento AB' rappresentativo della trasformazione di deumidificazione mediante raffreddamento:

$$\frac{\Delta h}{\Delta x} = \frac{h_2 - h_1}{x_2 - x_1} = h_c + \frac{q}{\dot{m}_c}$$

Trovata la pendenza della retta della deumidificazione, sul rapportatore si può leggere anche il valore del rapporto termico R corrispondente, che fornisce immediatamente la ripartizione percentuale del calore scambiato in componente sensibile e componente latente.

Da notare nella figura rappresentativa dello schema di funzionamento del processo la presenza di un abbattitore di gocce inserito dopo la batteria di tubi. La sua funzione è quella di rallentare, fino a farle cadere, le gocce altrimenti trasportate dalla portata di aria. Un abbattitore di gocce può essere realizzato mediante una serie di lastre piane forate e parallele tra loro, disposte normalmente alla velocità dell'aria. Ai vuoti dell'una seguono i pieni della successiva: l'aria umida riesce a passare agilmente, adeguando rapidamente la sua traiettoria al percorso obbligato a zig-zag, mentre la goccia, possedendo una quantità di moto maggiore a parità di velocità, ha una inerzia maggiore e, se riesce a passare un foro della prima lastra, è comunque destinata a schiacciarsi inesorabilmente sul pieno della successiva, scivolando poi verso il basso fino a gocciolare dentro l'imbuto del raccogliatore di condensa.

CONDIZIONAMENTO ESTIVO

Durante la stagione calda occorre raffreddare e deumidificare l'aria come già visto. Ora, però, è necessaria un'ulteriore importantissima considerazione: all'uscita dal deumidificatore la corrente d'aria si trova in condizioni di saturazione, con umidità relativa, quindi, $\varphi = 1$ (100%).

Indirizzando l'attenzione al caso particolare del condizionamento residenziale, ma ogni altro tipo di ambiente, civile o industriale, da condizionare avrà limiti analoghi, si sa che condizione necessaria ma non sufficiente, per il benessere termoigrometrico, è che l'umidità relativa sia compresa entro il seguente intervallo:

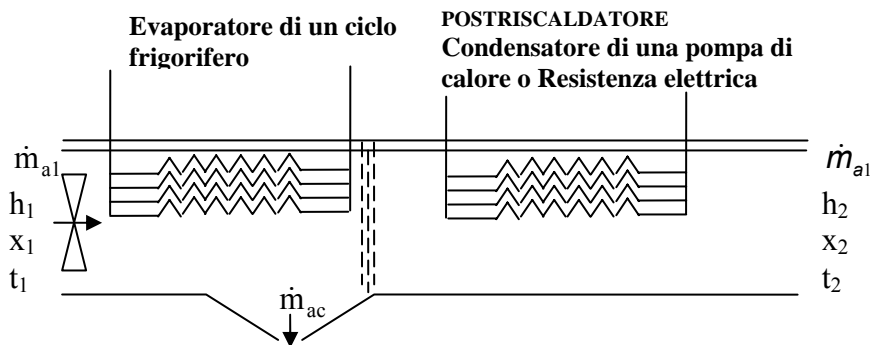
$$50\% \leq \varphi \leq 75\% .$$

Un metodo, già visto, per ridurre l'umidità relativa fino ad un valore accettabile, è il riscaldamento sensibile che avviene, come già detto, ad umidità specifica costante.

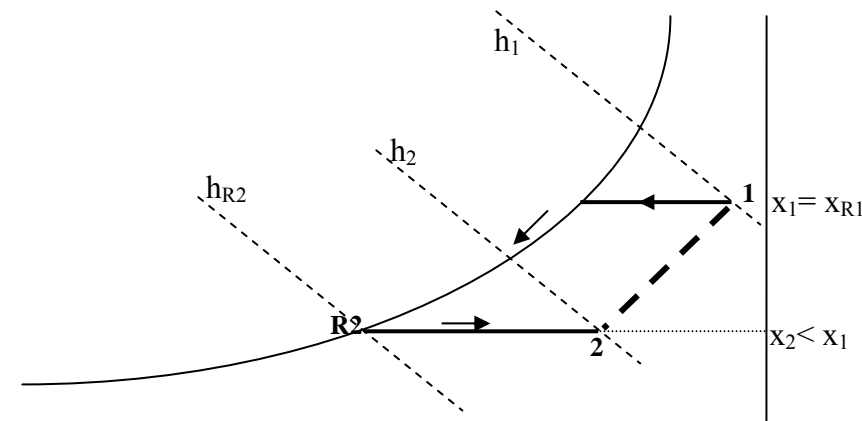
Il riscaldamento, da realizzare dopo la deumidificazione per riportare l'umidità relativa ad un valore accettabile per il benessere, è detto *post-riscaldamento*.

Lo schema essenziale di un condizionatore ed il relativo processo sul diagramma dell'aria umida sono riportati nelle due figure che seguono.

Schema di un condizionatore estivo senza ricircolo.



Rappresentazione del condizionamento estivo senza ricircolo su diagramma dell'aria umida.



Il condizionamento, così come è stato descritto, viene detto senza ricircolo o con rinnovo completo. Cioè, il condizionatore aspira aria tutta alle condizioni termodinamiche del particolare microclima del sito e la tratta completamente fino alle condizioni richieste dall'utente.

L'apparecchiatura lavora al massimo: tutto il raffreddamento è sopportato dalla batteria di tubi freddi, e questo si riflette sul consumo di energia elettrica, che alimenta il compressore della macchina frigorifera che "produce il freddo" attorno all'evaporatore. Questo comporta che il risparmio di energia elettrica sta soltanto nella scelta dell'utente di tenere spento l'impianto quanto più possibile, a costo di qualche sacrificio da sopportare. Il rinnovo completo d'aria comporta anche il maggior onere di garantire il deflusso continuo, senza dannosi accumuli, di maggiori portate dell'acqua di condensa che "piove" dalla superficie esterna dell'evaporatore. Una scelta che consente, invece, più flessibilità nella gestione dell'impianto con riduzioni anche sensibili dei consumi di energia elettrica, è la soluzione del *ricircolo* o del *rinnovo parziale*.

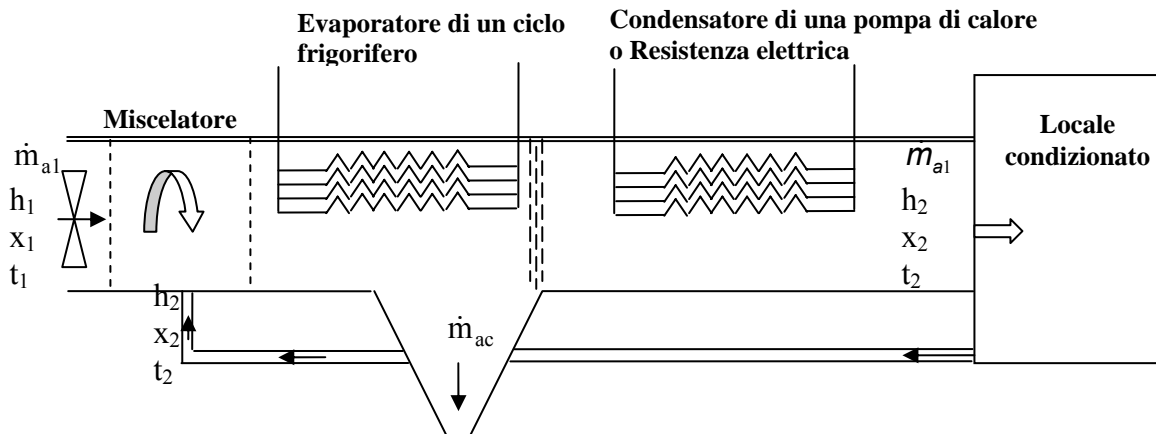
L'apparecchiatura del condizionatore si arricchisce di un condotto che riporta l'aria, estratta dall'ambiente già condizionato, in uno spazio a monte della batteria di tubi freddi, dove, dopo un opportuno filtraggio, si realizza la miscelazione completa tra l'aria di ricircolo, in uno stato termodinamico prossimo a quello dell'ambiente condizionato, e quella di rinnovo alle condizioni microclimatiche esterne. All'uscita dal miscelatore le due

portate si ricompattano nella portata d'aria necessaria all'utenza, ma in condizioni più vicine a quelle finali richieste per l'ambiente da condizionare.

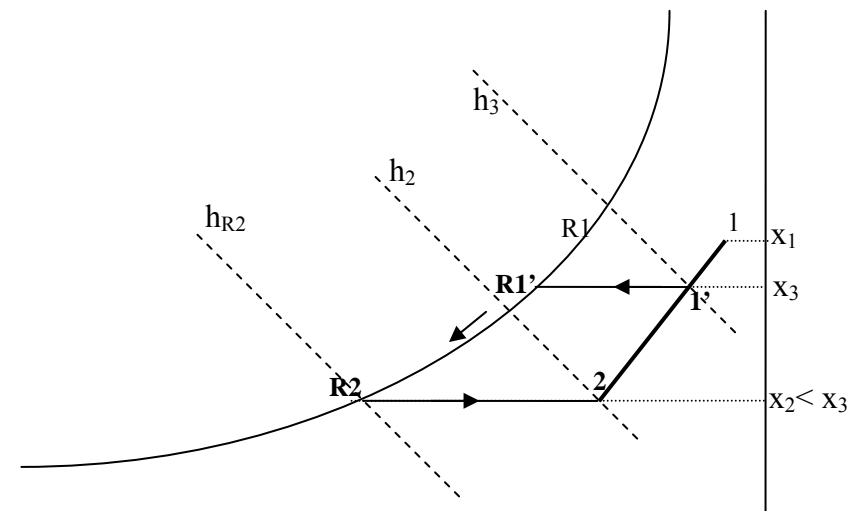
Alla batteria di tubi freddi si presenta una portata d'aria più fredda, che richiede, quindi, consumi minori per l'ulteriore raffreddamento fino allo stato finale richiesto, e meno umida, con minore aggravio, quindi, per l'asporto dell'acqua di condensa.

La trasformazione con ricircolo ha uno schema operativo e la sua rappresentazione su diagramma psicrometrico come quelli riportati nelle figure seguenti.

Schema di un condizionatore estivo con ricircolo.



Rappresentazione del condizionamento estivo con ricircolo su diagramma psicrometrico.



TEMPERATURA DI SATURAZIONE ADIABATICA

La saturazione può essere raggiunta, oltre che per raffreddamento, immettendo nella portata d'aria una certa quantità d'acqua finemente nebulizzata che, a contatto con l'aria stessa, ricevendo da essa il calore latente di vaporizzazione, si trasforma in vapore e va ad arricchire il suo componente umido. Se il processo viene fatto avvenire in condizioni di adiabaticità, il I principio della Termodinamica permette di stabilire che esso avviene ad

entalpia costante. La macchina all'interno della quale si realizza una tale trasformazione si chiama "saturatore adiabatico".

Se indichiamo con 1 lo stato di ingresso al saturatore e con 2 quello di uscita e con \dot{m}_1 , x_1 ed h_1 , rispettivamente, la portata, l'umidità specifica e l'entalpia specifica dell'acqua immessa, possiamo scrivere le seguenti due equazioni che esprimono, rispettivamente, il bilancio di energia e quello di massa per l'intero sistema:

$$\dot{m} \cdot h_1 + \dot{m}_1 \cdot h_1 = \dot{m} \cdot h_2$$

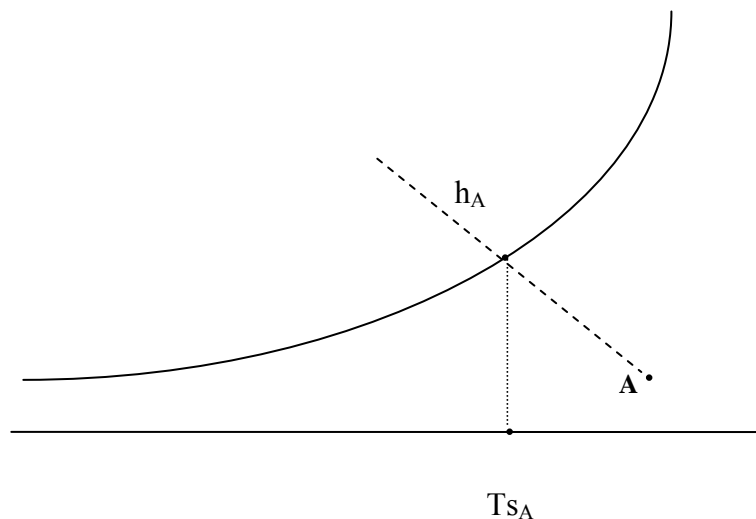
$$\dot{m} \cdot x_1 + \dot{m}_1 = \dot{m} \cdot x_2 \Rightarrow \dot{m}_1 = \dot{m} \cdot (x_2 - x_1)$$

Pertanto la massa d'acqua necessaria a saturare la portata d'aria considerata si calcola moltiplicando la portata d'aria trattata per la differenza dei valori assunti dall'umidità specifica all'inizio ed alla fine del processo.

Potendo in genere considerare trascurabile il contributo che dà al bilancio entalpico la massa d'acqua, dalla prima equazione si ricava:

$$\dot{m} \cdot h_1 = \dot{m} \cdot h_2 \Rightarrow h_1 = h_2$$

Durante il processo dunque l'aria si raffredda, poiché cede calore all'acqua per la vaporizzazione, lungo una trasformazione che, con buona approssimazione possiamo considerare isoentalpica. La temperatura di saturazione raggiunta con una trasformazione isoentalpica a partire da un punto ambiente A si dice temperatura di saturazione adiabatica T_{sa} .



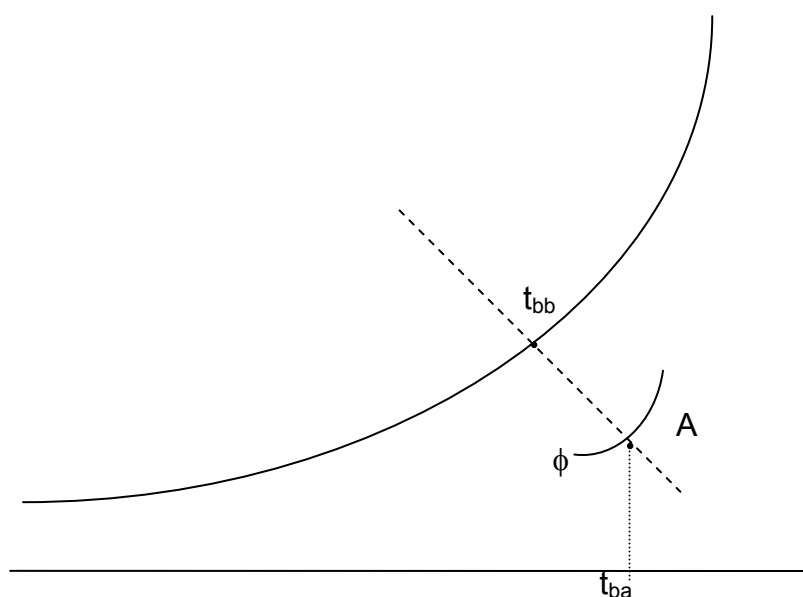
TEMPERATURA A BULBO ASCIUTTO ED A BULBO BAGNATO

Quella che comunemente chiamiamo temperatura dell'aria può essere detta, più precisamente, *temperatura a bulbo asciutto* T_{ba} , poiché misurabile con un termometro il cui elemento sensibile (bulbo) è asciutto e viene disposto direttamente a contatto con l'aria. Immaginiamo ora, al contrario, di mantenere costantemente bagnato il bulbo del

termometro avvolgendolo in una garza imbevuta d'acqua per immersione in un contenitore il cui livello viene controllato e reintegrato di continuo. Lo strumento non risulta più a contatto con l'aria ma con un mezzo intermedio, la garza bagnata, e ne misura la temperatura. Gli strati d'aria a diretto contatto con la garza sono in condizioni di saturazione, poiché provocano la continua evaporazione dell'acqua di cui il panno è imbevuto soprattutto se, mediante un mezzo meccanico, si rendono più efficaci le condizioni di scambio termico forzando la corrente d'aria a lambire ad elevata velocità il panno stesso. Proprio grazie a tale scambio termico l'acqua della garza evapora agevolmente ricevendo dall'aria il calore latente necessario a questo scopo. Contemporaneamente l'aria si raffredda in maniera tanto più rilevante quanto minore è la sua umidità relativa. Infatti, a bassi valori dell'umidità relativa, l'aria può far evaporare e miscelare con sé grosse quantità di liquido prima di raggiungere la saturazione, mentre se la sua umidità relativa è già elevata, il processo assume minore rilevanza. Tale raffreddamento segue, con buona approssimazione, una linea isoentalpica.

Indirettamente possiamo certamente dire, con buona approssimazione, che la temperatura rilevata dal termometro col bulbo bagnato è attribuibile all'aria che lambisce lo strumento. Tale temperatura si chiama appunto "*temperatura a bulbo bagnato*" dell'aria e, per quanto detto, coincide con la temperatura di saturazione adiabatica.

Se si misura contemporaneamente, con un termometro a bulbo asciutto, la temperatura dell'aria a breve distanza dal termometro a bulbo bagnato, si rileva un valore diverso, sicuramente più elevato poiché non interessato dal fenomeno della vaporizzazione e dal relativo raffreddamento. La differenza tra i due valori, cioè tra la temperatura a bulbo asciutto e quella a bulbo bagnato, è indice della distanza dalla saturazione da cui è caratterizzata l'aria oggetto della misura. E' proprio questo il principio di funzionamento dello "*Psicrometro di Hassman*", strumento utilizzato per la misura dell'umidità relativa. Lo psicrometro misura contemporaneamente temperatura a bulbo asciutto e a bulbo bagnato dell'aria in cui viene posto e, dalla differenza tra i valori rilevati, ricava l'umidità relativa, come illustrato nella figura seguente.



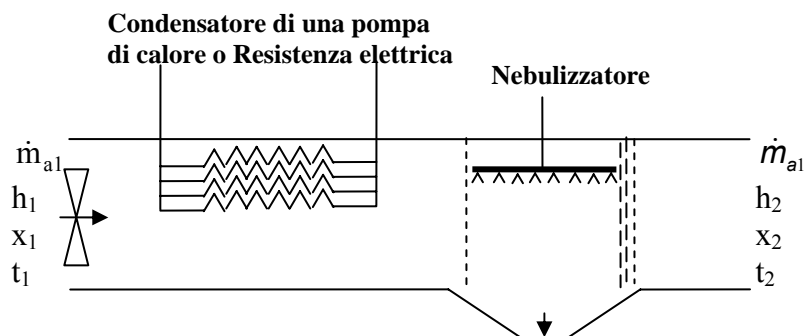
PROCESSO COMBINATO DI UMIDICAZIONE E RISCALDAMENTO

Si è già trattato il riscaldamento sensibile e si è già detto che con esso l'umidità relativa diminuisce, mentre resta costante l'umidità specifica. Se l'abbassamento dell'umidità relativa va oltre i limiti richiesti per il benessere o, in ambito industriale, per le esigenze di conservazione ottimale dei prodotti finiti o semilavorati, bisogna provvedere una umidificazione per riportare l'aria alle condizioni richieste.

L'umidificazione di una portata di aria si può realizzare provocando il contatto tra la portata d'aria ed una massa d'acqua compatta o nebulizzata, come già visto nella saturazione adiabatica, oppure mediante un getto di vapore secco a bassa temperatura, generalmente non disponibile soprattutto in ambienti residenziali. In ambienti industriali possono, invece, trovarsi disponibili fonti di vapore a bassa temperatura, per esempio sopra vasche d'acqua a cielo aperto o in tratti di impianti di produzioni particolari, dalle quali spillare le quantità di vapore necessarie per l'umidificazione dell'aria. Per il condizionamento civile residenziale, l'umidificazione si realizza sempre tramite la *saturazione adiabatica*.

All'uscita del saturatore adiabatico l'umidità relativa è troppo elevata (100%) e sicuramente molto superiore del valore massimo compatibile con il benessere. Per diminuire l'umidità relativa e portarla a valori accettabili, è necessario inserire un post-riscaldatore che, come già visto, riscalda l'aria mantenendo costante l'umidità specifica ed abbassando, invece, l'umidità relativa.

Schema di un'apparecchiatura per riscaldamento ed umidificazione.



Le equazioni relative alla conservazione sia della massa dell'aria secca e del componente acqua che dell'energia sono le seguenti:

$$\dot{m}_{a1} = \dot{m}_{a2} = \dot{m}_a \quad \dot{m}_a x_1 + \dot{m}_e = \dot{m}_a x_2$$

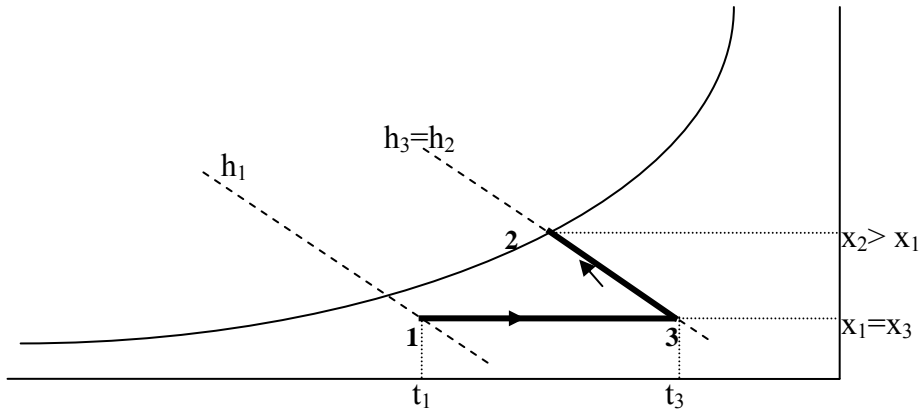
$$x_2 - x_1 = \frac{\dot{m}_e}{\dot{m}_a}$$

$$\dot{m}_a h_1 + \dot{m}_e h_e + q = \dot{m}_a h_2$$

$$h_2 - h_1 = \frac{\dot{m}_e h_e + q}{\dot{m}_a}$$

dove \dot{m}_e e h_e sono rispettivamente la portata e l'entalpia specifica dell'acqua evaporata ed entrata nella corrente d'aria.

Rappresentazione del processo di riscaldamento ed umidificazione.



Dal rapporto tra le due equazioni che precedono si può conoscere il coefficiente angolare della retta che contiene il segmento rappresentativo della trasformazione nel suo complesso:

$$\frac{\Delta h}{\Delta x} = \frac{h_2 - h_1}{x_2 - x_1} = \frac{q}{\dot{m}_e} + h_e$$

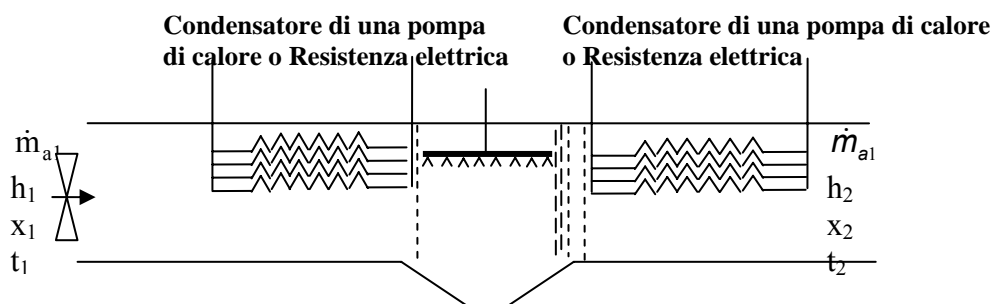
La pendenza della retta dipende dalla portata e dalla entalpia specifica dell'acqua che si aggiunge alla corrente d'aria a seguito dell'evaporazione.

CONDIZIONAMENTO INVERNALE

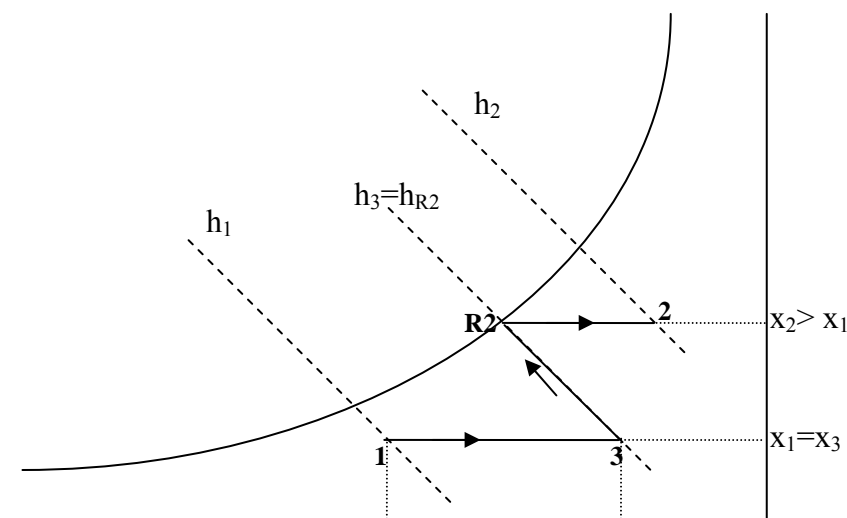
Sui processi di riscaldamento ed umidificazione si basa fondamentalmente il condizionamento invernale, ma con un'ulteriore importantissima considerazione. All'uscita del saturatore adiabatico, la corrente d'aria si trova ad avere generalmente umidità relativa molto alta: 100% se la saturazione è ideale, prossima alla saturazione in genere per tutti i casi reali. Per aggiustare l'umidità relativa, come già visto per il condizionamento estivo, si ricorre ad un secondo riscaldatore (*post-riscaldatore*) che riduce l'umidità relativa, fino al valore richiesto, senza variare l'umidità specifica.

Lo schema essenziale di un condizionatore invernale ed il relativo processo sul diagramma psicrometrico sono riportati nelle figure seguenti.

Schema di un processo di condizionamento invernale senza ricircolo.

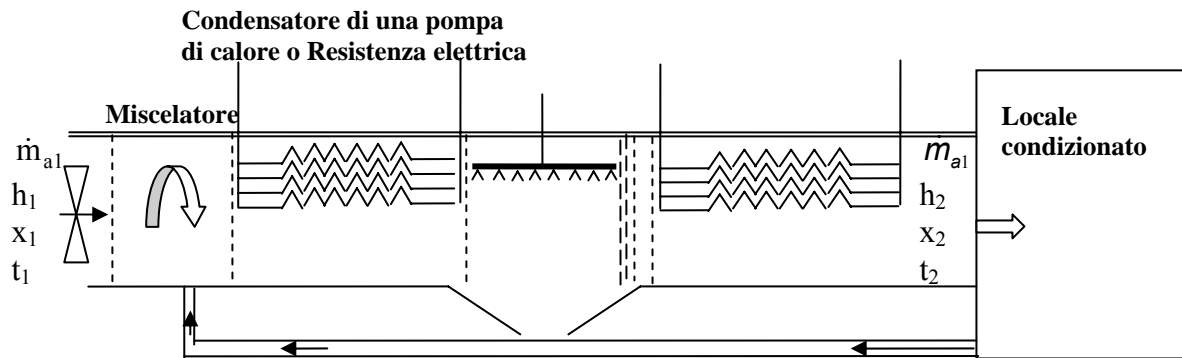


Rappresentazione del processo di condizionamento invernale senza ricircolo

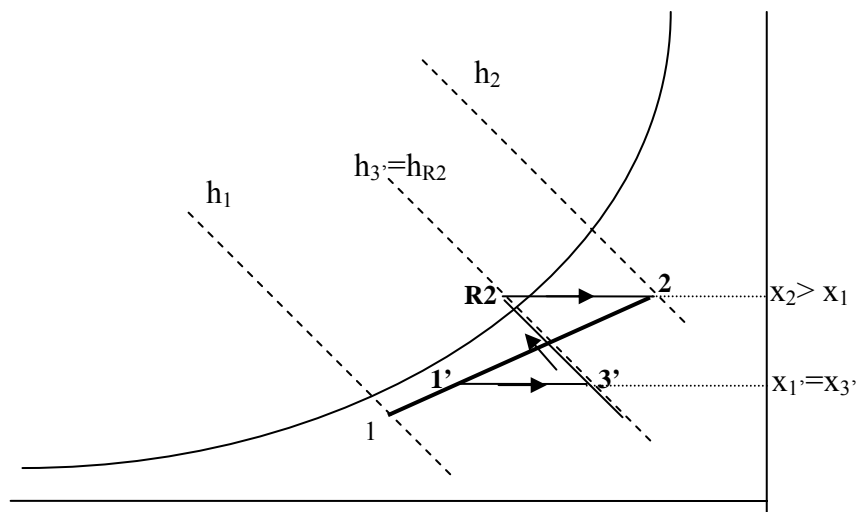


Nelle figure seguenti sono riportati rispettivamente lo schema e la rappresentazione grafica sul diagramma psicrometrico del condizionamento invernale con ricircolo.

Schema di un processo di condizionamento invernale con ricircolo.



Rappresentazione del processo di condizionamento invernale con ricircolo



Parte II

TRASMISSIONE DEL CALORE

INTRODUZIONE

Abbiamo già trattato del calore come una forma di energia formalmente equivalente a quella meccanica, il lavoro, così come sottolineato dal I Principio della Termodinamica, ma da essa differente dal punto di vista operativo, come espresso chiaramente dal II Principio della Termodinamica, che impone dei limiti alla possibilità di trasformare calore in lavoro (es. macchine termiche) o di realizzare uno scambio termico a partire dalla disponibilità di lavoro meccanico (es. macchine frigorifero). Abbiamo poi analizzato gli effetti che provoca uno scambio termico su un sistema che lo subisce, distinguendo il caso in cui il calore scambiato provoca o è indotto da una differenza di temperatura ed è per questo denominato “sensibile”, da quello in cui è associato ad un cambiamento di stato ed è detto “latente”. Non abbiamo ancora trattato l’argomento dal punto di vista delle modalità secondo cui può avvenire un fenomeno di scambio termico. E’ appunto ciò di cui si occupa quella branca della Fisica Tecnica denominata “Trasmissione del Calore”.

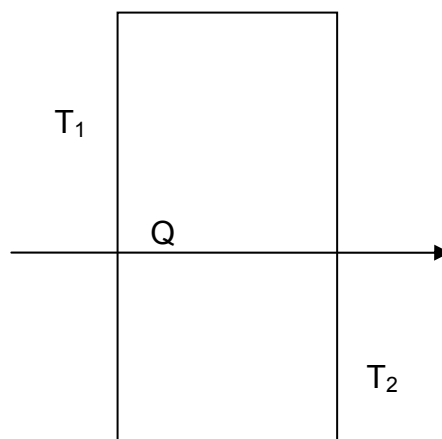
Il calore viene naturalmente trasferito sempre da sistemi a temperatura più elevata a sistemi a temperatura più bassa secondo tre meccanismi fondamentali: la CONDUZIONE TERMICA, la CONVEZIONE TERMICA e l’IRRAGGIAMENTO TERMICO.

I tre meccanismi si trovano, nella quasi totalità dei casi, combinati all’interno dello stesso fenomeno, ma è utile trattarli separatamente perché avvengono secondo modalità diverse.

CONDUZIONE TERMICA

La conduzione è il meccanismo di scambio termico che ha luogo tra corpi a contatto a diversa temperatura o tra due regioni dello stesso corpo a diversa temperatura. Essendo la temperatura l’indice macroscopico dell’agitazione molecolare interna del corpo, il trasferimento di energia termica tra due corpi a diversa temperatura avviene grazie al trasferimento di energia cinetica attraverso gli urti tra le molecole. Nei metalli, poi, a questo meccanismo si sovrappone quello dovuto agli urti tra gli elettroni, che, muovendosi da una regione all’altra, trasmettono anch’essi attraverso urti l’energia cinetica, quindi il calore. Il fenomeno di scambio termico conduttivo produce in definitiva un livellamento delle temperature inizialmente disuguali.

Ipotizziamo ora di considerare una lastra piana di spessore L sottoposta ad una differenza di temperatura $T_1 - T_2$ tra le sue due facce estreme, come rappresentato nella figura seguente. Sia per ipotesi $T_1 > T_2$, per cui una potenza termica \dot{Q} attraversa la lastra nella direzione delle temperature decrescenti.



Se ipotizziamo di considerare isoterme le due superfici estreme della lastra, quella di sinistra a temperatura T_1 e quella di destra a temperatura T_2 , la potenza termica va da sinistra a destra secondo un'unica direzione, quella perpendicolare alle due facce considerate. In altre parole possiamo dire che il fenomeno è *monodimensionale*.

Supponiamo inoltre che il materiale sia *omogeneo* ed *isotropo*: la prima ipotesi ha per conseguenza un comportamento termico del materiale indipendente dalla posizione in cui lo si valuta, mentre la seconda ipotesi sta ad indicare che il materiale si comporta alla stessa maniera indipendentemente dalla direzione in cui il calore lo attraversa. L'omogeneità e l'isotropia consentono di definire le prestazioni termiche del materiale con un'unica grandezza, detta *conducibilità o conduttività termica*.

Supponiamo infine di mantenere costanti nel tempo le due temperature T_1 e T_2 che causano il trasferimento di calore. In queste condizioni il fenomeno risulta essere *stazionario* o *permanente*, ossia con caratteristiche che non variano nel tempo.

In queste ipotesi, cioè in presenza di un fenomeno monodimensionale e stazionario che avviene in una lastra piana di materiale omogeneo ed isotropo, possiamo scrivere il postulato di Fourier, che permette di determinare la potenza termica conduttiva scambiata nel modo seguente:

$$\dot{Q} = -\lambda \cdot A \frac{dT}{dx}$$

dove:

\dot{Q} : potenza termica scambiata (W);

A: area della sezione perpendicolare al flusso termico (m^2);

λ : conducibilità termica del materiale (W/mK);

dT/dx : gradiente termico (K/m).

Dividendo entrambi i membri per A si ottiene un'altra espressione dello stesso postulato in cui compare il flusso termico Φ , cioè la potenza termica scambiata per unità di area (W/m^2):

$$\Phi = -\lambda \cdot \frac{dT}{dx}$$

La conducibilità termica è quella che descrive il comportamento termico del materiale; come già detto, le caratteristiche di omogeneità e di isotropia di quest'ultimo consentono di usare un unico valore di λ per definire il comportamento termico in ogni punto ed in qualsiasi direzione.

La conducibilità termica può essere definita come "la potenza termica scambiata per conduzione per unità di spessore e per unità di salto termico" dal materiale considerato.

I materiali che offrono maggior resistenza al flusso termico, cioè i cattivi conduttori, sono caratterizzati da valori molto bassi della conduttività: rientrano in questa categoria gli isolanti utilizzati in edilizia, per i quali si ha:

$$\lambda = 0,04 \div 0,06 \frac{W}{m \cdot K}$$

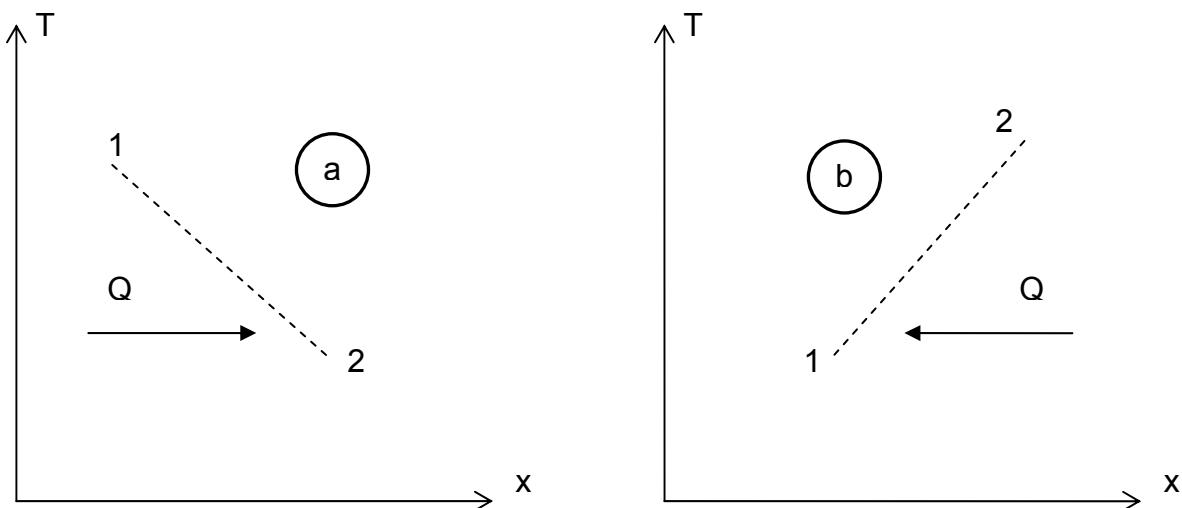
Al contrario i materiali metallici, che conducono efficacemente il calore, presentano valori della conduttività notevolmente più elevati. Per essi, si ha infatti:

$$\lambda = 200 \div 400 \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot \text{K}}$$

L'aria stagnante presenta il valore più basso in assoluto della conducibilità termica e sarebbe, per questo, il miglior isolante utilizzabile, ma in pratica non è possibile mantenere l'aria ferma all'interno di intercapedini delle dimensioni di qualche centimetro, come quelle che si possono trovare nelle pareti, poiché la presenza di differenze di temperatura all'interno di tali sezioni, innesca, come vedremo in seguito, altri meccanismi di scambio termico che inibiscono il potere termoisolante dell'aria. Nei materiali isolanti, che sono costituiti da una matrice solida e da piccole inclusioni d'aria o di altri gas, le dimensioni molto ridotte delle cellette che contengono l'aria consentono di realizzare situazioni favorevoli in cui questa rimane pressoché stagnante e conferisce all'intero materiale un'elevata resistenza termica.

Il gradiente di temperatura dT/dx indica la variazione di temperatura per unità di spessore attraversato, cioè la rapidità con cui la temperatura cresce o decresce all'interno del materiale. Un elevato valore del gradiente termico comporta una notevole variazione di temperatura nell'unità di spessore, comportando una pendenza elevata della sua curva di decadimento. Al contrario, un piccolo valore del gradiente termico indica una piccola variazione di temperatura nell'unità di spessore con una conseguente ridotta pendenza della curva di decadimento della temperatura stessa.

Il segno meno indica che potenza termica e gradiente sono sempre discordi per cui la potenza viene sempre trasmessa in verso opposto rispetto a quello in cui crescono le temperature.



Nello schema (a) della figura sovrastante la temperatura decresce nel verso positivo delle x, mentre il flusso termico va da 1 a 2 per cui può essere considerato positivo, poiché concorde con il verso positivo delle x. Si ha pertanto:

$$dx > 0; dT < 0 \Rightarrow \frac{dT}{dx} < 0 \quad \text{e} \quad Q > 0$$

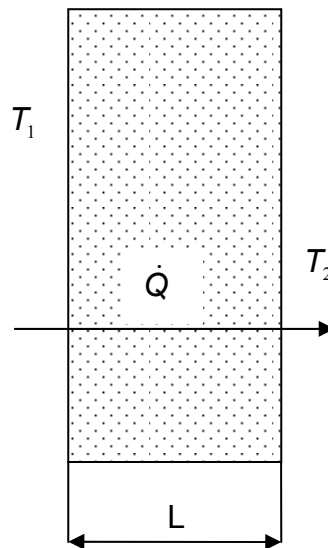
Al contrario, nello schema di figura (b), la temperatura cresce nel verso positivo delle x, per cui il flusso va secondo il verso negativo dello stesso asse x e si ha:

$$dx > 0; dT > 0 \Rightarrow \frac{dT}{dx} > 0 \quad \text{e} \quad Q < 0$$

La potenza termica ed il gradiente risultano pertanto sempre discordi in segno.

Da un punto di vista fisico questo significa essenzialmente che il calore viene trasmesso sempre nel verso delle temperature decrescenti, nel pieno rispetto del II Principio della Termodinamica.

Il postulato di Fourier consente di calcolare la potenza o il flusso termico trasmessi in regime stazionario monodimensionale da una parete piana omogenea ed isotropa di spessore L sottoposta ad una differenza di temperatura $T_1 - T_2$, con $T_1 > T_2$.



Con riferimento alla figura possiamo scrivere:

$$\dot{Q} = -\lambda \cdot A \cdot \frac{dT}{dx} \Rightarrow \dot{Q} \cdot dx = -\lambda \cdot A \cdot dT \Rightarrow \int_0^L \dot{Q} \cdot dx = -\int_{T_1}^{T_2} \lambda \cdot A \cdot dT$$

L'omogeneità del materiale consente di portare la λ fuori dal segno di integrale; analogamente la A è costante rispetto ad x, mentre la stazionarietà del fenomeno permette di considerare la potenza termica indipendente dalla x. Si ha in definitiva:

$$\dot{Q} \cdot \int_0^L dx = -\lambda \cdot A \cdot \int_{T_1}^{T_2} dT \Rightarrow \dot{Q} \cdot L = -\lambda \cdot A \cdot (T_2 - T_1) \Rightarrow \dot{Q} \cdot L = \lambda \cdot A \cdot (T_1 - T_2)$$

Da cui la potenza termica ed il flusso termico valgono rispettivamente:

$$\dot{Q} = \frac{\lambda \cdot A \cdot (T_1 - T_2)}{L} \quad \Phi = \frac{\lambda \cdot (T_1 - T_2)}{L}$$

Si definiscono a questo punto le seguenti grandezze:

$$C = \frac{\lambda \cdot A}{L} \quad \text{conduttanza conduttiva} \quad \left[\frac{W}{K} \right];$$

$$C_u = \frac{\lambda}{L} \quad \text{conduttanza conduttiva unitaria} \quad \left[\frac{W}{m^2 \cdot K} \right];$$

$$R = \frac{1}{C} = \frac{L}{\lambda \cdot A} \quad \text{resistenza conduttiva} \quad \left[\frac{K}{W} \right];$$

$$R_u = \frac{1}{C_u} = \frac{L}{\lambda} \quad \text{resistenza conduttiva unitaria} \quad \left[\frac{m^2 \cdot K}{W} \right].$$

che permettono di scrivere le espressioni della potenza termica e del flusso termico nelle seguenti maniere tra loro equivalenti:

$$\dot{Q} = C \cdot \Delta T$$

$$\dot{Q} = C_u \cdot A \cdot \Delta T \quad \Phi = C_u \cdot \Delta T$$

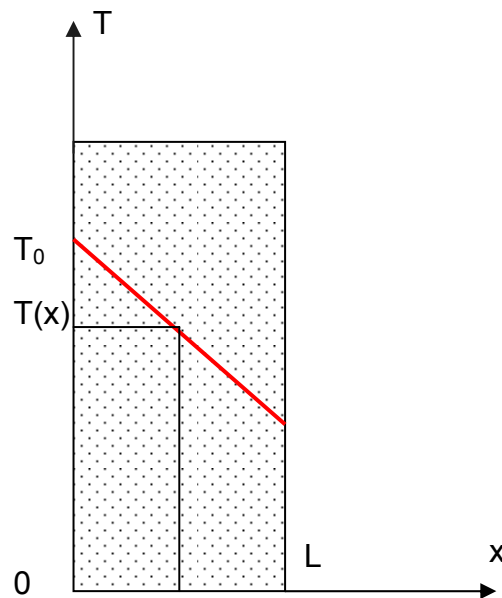
$$\dot{Q} = \frac{\Delta T}{R} \quad \Phi = \frac{\Delta T}{R_u}$$

$$\dot{Q} = \frac{1}{R_u} \cdot A \cdot \Delta T$$

I materiali isolanti sono caratterizzati ovviamente da elevati valori della resistenza, mentre i buoni conduttori, come i metalli, sono caratterizzati da elevati valori della conduttanza.

Il postulato di Fourier consente inoltre di calcolare, all'interno della lastra piana di materiale omogeneo ed isotropo, l'andamento delle temperature in regime stazionario e monodimensionale.

Si consideri, a questo proposito, la lastra piana di figura ed un sistema di assi cartesiani ortogonali che preveda in ascisse gli spessori ed in ordinate le temperature, come illustrato nella figura seguente.



Siano T_0 la temperatura della lastra sulla faccia corrispondente ad $x = 0$ e $T(x)$ la temperatura assunta all'interno dello strato in corrispondenza della generica sezione x . Integrando tra 0 ed x l'equazione differenziale del I ordine a variabili separabili che deriva dal postulato di Fourier, si ottiene:

$$\dot{Q} = -\lambda \cdot A \cdot \frac{dT}{dx} \Rightarrow \dot{Q} \cdot dx = -\lambda \cdot A \cdot dT \Rightarrow \int_0^x \dot{Q} \cdot dx = - \int_{T_0}^{T(x)} \lambda \cdot A \cdot dT$$

A questo punto, applicando le ipotesi di stazionarietà del fenomeno e di omogeneità del materiale, si ottiene:

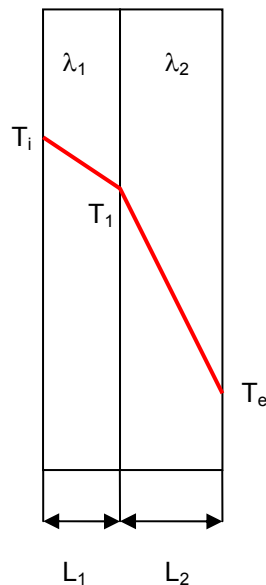
$$\dot{Q} \cdot \int_0^x dx = -\lambda \cdot A \cdot \int_{T_0}^{T(x)} dT \Rightarrow T(x) - T_0 = -\frac{\dot{Q}}{\lambda \cdot A} \cdot x \Rightarrow T(x) = T_0 - \frac{\dot{Q}}{\lambda \cdot A} \cdot x$$

All'interno dello strato considerato si ha pertanto un andamento lineare delle temperature. L'equazione che si ottiene è infatti quella di una retta con termine noto T_0 e con coefficiente angolare pari a $-\frac{\dot{Q}}{\lambda \cdot A}$.

Il valore negativo di quest'ultimo indica una pendenza negativa della retta che, a parità di flusso termico trasmesso, è tanto più accentuata quanto più piccolo è il valore della conducibilità termica. In altre parole, una volta fissato il flusso termico trasmesso dalla parete, se questa è costituita da materiale a bassa conducibilità termica (es. isolante) si ha al suo interno un decadimento della temperatura più repentino di quello che si avrebbe se fosse realizzata con un materiale a più elevata conducibilità.

Resistenze conduttive in serie ed in parallelo

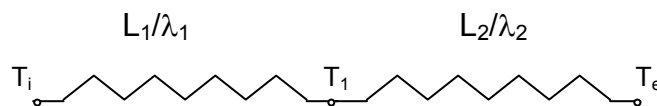
Consideriamo una parete composta da due strati di diverso spessore e materiale.



Supponiamo che la parete nel suo complesso sia sottoposta ad un salto termico $T_i - T_e$ e che all'interno di ciascuno dei due strati si abbia, in regime stazionario, un andamento termico lineare con pendenze diverse in funzione del diverso valore assunto dalla conducibilità termica. Sia T_1 la temperatura che si instaura all'interfaccia tra i due strati.

E' possibile applicare, in questo caso, il *metodo dell'analogia elettrica*, che prevede la corrispondenza tra il fenomeno termico nella configurazione descritta ed il fenomeno elettrico che si verifica in un circuito di due resistenze elettriche in serie disposte secondo lo schema della figura seguente. Esiste una perfetta analogia tra, rispettivamente, la differenza di potenziale elettrico e la differenza di temperatura, la corrente elettrica ed il flusso termico, ed infine tra la resistenza elettrica e quella termica unitaria.

Facendo riferimento alla figura seguente, la resistenza unitaria del primo strato, rappresentata dalla prima resistenza elettrica, vale L_1/λ_1 , mentre la seconda vale L_2/λ_2 .



La potenza termica che attraversa la parete, che, per la stazionarietà del fenomeno, risulta uguale a quella che attraversa ogni suo strato, può essere calcolata come segue:

$$\dot{Q} = \frac{\lambda_1 \cdot A}{L_1} \cdot (T_i - T_1) \Rightarrow (T_i - T_1) = \frac{\dot{Q}}{A} \cdot \frac{L_1}{\lambda_1}$$

$$\dot{Q} = \frac{\lambda_2 \cdot A}{L_2} \cdot (T_1 - T_e) \Rightarrow (T_1 - T_e) = \frac{\dot{Q}}{A} \cdot \frac{L_2}{\lambda_2}$$

Ne consegue:

$$\begin{aligned} (T_i - T_1) &= \Phi \cdot \frac{L_1}{\lambda_1} \\ (T_1 - T_e) &= \Phi \cdot \frac{L_2}{\lambda_2} \\ \hline (T_i - T_e) &= \Phi \cdot \left(\frac{L_1}{\lambda_1} + \frac{L_2}{\lambda_2} \right) \end{aligned}$$

Poiché nella configurazione di due o più resistenze in serie la resistenza elettrica totale si ottiene sommando le singole resistenze, in modo del tutto analogo, sommando le singole resistenze termiche unitarie, si ottiene la resistenza termica unitaria totale:

$$R_{u,tot} = R_{u,1} + R_{u,2} = \frac{L_1}{\lambda_1} + \frac{L_2}{\lambda_2}$$

da cui l'espressione del flusso e della potenza termica che valgono, rispettivamente:

$$\Phi = \frac{1}{R_{u,tot}} \cdot (T_i - T_e) \quad \text{e} \quad \dot{Q} = \frac{1}{R_{u,tot}} \cdot A \cdot (T_i - T_e)$$

Il risultato così ottenuto può ovviamente essere generalizzato al caso di una parete multistrato con numero di strati pari ad n, per il quale la resistenza termica unitaria totale vale:

$$R_{u,tot} = \sum_{i=1}^n R_{u,i} = \sum_{i=1}^n \frac{L_i}{\lambda_i}$$

Facendo riferimento alla parete a due strati della figura precedente, è possibile determinare la temperatura intermedia T1 uguagliando i flussi nell'intera parete e nel primo strato nel modo seguente:

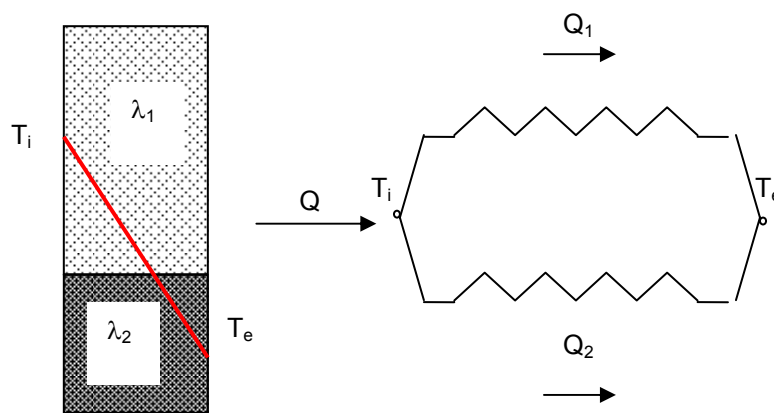
$$\Phi = \frac{1}{R_{u,tot}} \cdot (T_i - T_e) = \frac{1}{R_{u,1}} \cdot (T_i - T_1) \Rightarrow (T_i - T_1) = \frac{1}{R_{u,tot}} \cdot (T_i - T_e) \cdot R_{u,1} = \frac{1}{R_{u,tot}} \cdot (T_i - T_e) \cdot \frac{L_1}{\lambda_1}$$

Da cui:

$$T_1 = T_i - \frac{(T_i - T_e)}{R_{u,tot}} \cdot \frac{L_1}{\lambda_1}$$

In seguito rivedrà come, in una parete multistrato, ciascuna temperatura intermedia interna può essere calcolata sottraendo alla temperatura maggiore una quantità data dal flusso per la resistenza unitaria incontrata fino alla sezione corrispondente.

Una parete può essere costituita da uno o più strati disposti in parallelo come nella figura seguente, in cui viene rappresentato lo schema elettrico grazie al quale è possibile risolvere il problema con il metodo dell'analogia elettrica.



In questo caso la potenza termica \dot{Q} si ripartisce nei due strati in modo inversamente proporzionale alle resistenze termiche offerte. Infatti si ha:

$$\dot{Q} = \dot{Q}_1 + \dot{Q}_2 = \frac{\lambda_1 \cdot A_1}{L} \cdot (T_i - T_e) + \frac{\lambda_2 \cdot A_2}{L} \cdot (T_i - T_e) = \left(\frac{\lambda_1 \cdot A_1}{L} + \frac{\lambda_2 \cdot A_2}{L} \right) \cdot (T_i - T_e) \Rightarrow (C_1 + C_2) \cdot (T_i - T_e)$$

In definitiva, quando due resistenze termiche sono poste in parallelo, la potenza termica scambiata si calcola con una formula del tipo:

$$\dot{Q} = C_{tot} \cdot (T_i - T_e)$$

in cui:

$$C_{tot} = C_1 + C_2$$

La conduttanza termica totale è dunque pari alla somma delle singole conduttanze. Ovviamente questa proprietà può essere generalizzata ad un numero qualsiasi di strati disposti in parallelo.

CONVEZIONE TERMICA

È il meccanismo fondamentale di scambio termico tra un solido ed un fluido in movimento rispetto ad esso quando tra i due sistemi ci sia una differenza di temperatura. La convezione presuppone uno scambio termico di tipo conduttivo tra il corpo e gli strati di fluido ad esso adiacenti ed un successivo trasporto di energia in regioni più lontane grazie al moto macroscopico del fluido. Gli urti tra le particelle di fluido a diversa temperatura, quindi con un diverso contenuto di energia, permettono il trasferimento di energia da zone più calde a zone più fredde con conseguente tendenza ad un livellamento delle temperature all'interno del fluido.

Il moto del fluido è dunque una condizione imprescindibile perché avvengano scambi convettivi. Se esso viene provocato da cause naturali, quali la differenza di temperatura, allora si parla di *convezione naturale*, al contrario si parlerà di *convezione forzata* se è provocato da un agente meccanico esterno, quale una pompa o un ventilatore.

Nella convezione naturale la differenza di temperatura tra la superficie del corpo ed il fluido a contatto con esso provoca un riscaldamento o un raffreddamento degli strati di fluido adiacenti, con conseguente variazione della densità tra una zona e l'altra della massa di fluido. La densità infatti dipende dalla temperatura e aumenta al diminuire di questa. Un eventuale aumento di temperatura dovuto a cessione di calore da parte di una superficie calda fa sì che il fluido si alleggerisca e tenda a salire attirando nuove quantità di fluido più fredde a contatto con la parete calda ed innescando in tal modo moti convettivi.

La presenza di una pompa in un circuito idraulico o di un ventilatore in un canale di distribuzione dell'aria per la climatizzazione ambientale diventa invece la causa preponderante del moto in queste situazioni e il fenomeno convettivo che ne deriva è di tipo forzato.

In entrambi i casi potremo scrivere la relazione fondamentale utilizzata per lo studio della convezione termica, che è la *legge di Newton*:

$$\dot{Q} = h_c \cdot A \cdot (T_s - T_f)$$

essendo:

\dot{Q} : potenza termica scambiata per convezione (W);

h_c : coefficiente medio di scambio termico convettivo (W/m²K);

A: area della superficie di scambio (m²);

T_s : temperatura della superficie a contatto con il fluido (K);

T_f : temperatura del fluido (K);

Anche nel caso della convezione si possono definire le grandezze conduttanza e resistenza nel modo seguente:

$$C = h_c \cdot A \quad \text{conduttanza convettiva} \quad \left[\frac{W}{K} \right];$$

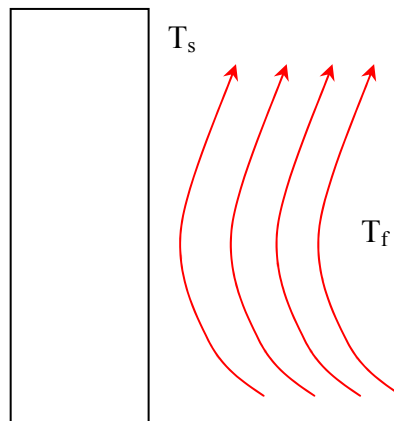
$$C_u = h_c \quad \text{conduttanza convettiva unitaria} \quad \left[\frac{W}{m^2 \cdot K} \right];$$

$$R = \frac{1}{C} = \frac{1}{h_c \cdot A} \quad \text{resistenza convettiva} \quad \left[\frac{K}{W} \right];$$

$$R_u = \frac{1}{C_u} = \frac{1}{h_c} \quad \text{resistenza convettiva unitaria} \quad \left[\frac{m^2 \cdot K}{W} \right].$$

in funzione delle quali è possibile scrivere le espressioni della potenza termica e del flusso termico analogamente a quanto fatto per la conduzione.

Il problema fondamentale della convezione consiste nella determinazione del coefficiente di scambio nelle varie situazioni. Nella relazione di Newton, tale coefficiente è preso in valore medio. In una configurazione di scambio convettivo, quale quella della figura seguente, esso dipende infatti dalle varie zone di contatto sulla parete e nei diversi punti assume valori differenti di cui h_c esprime la media spaziale.



Nella convezione naturale la differenza di temperatura tra fluido e parete, essendo la causa fondamentale del moto del fluido, è anche il parametro che maggiormente influenza il valore numerico del coefficiente di scambio, per cui si avrà:

$$h_c = h_c(\Delta T)$$

In letteratura esistono molte espressioni di h_c in funzione di ΔT . A titolo di esempio ne citiamo una che può essere utilizzata in un meccanismo di convezione naturale tra una parete verticale e l'aria che la lambisce:

$$h_c = 1,97 \cdot (\Delta T)^{0,25}$$

Lo scambio termico che avviene tra l'aria e la superficie calda di un radiatore oppure tra l'aria e la superficie interna di una parete a diversa temperatura sono tipici esempi di convezione naturale.

Al contrario, in un regime di convezione forzata, quale quello che si verifica ad esempio, tra l'acqua calda di un impianto di riscaldamento e la parete interna del tubo al cui interno fluisce, oppure tra l'aria e la parete di una canalizzazione di trasporto in un impianto di climatizzazione, la velocità impressa al fluido dall'organo meccanico che lo pone in

movimento è il parametro fondamentale da cui dipende il valore del coefficiente di scambio. Per cui, indicando con v la velocità del fluido relativamente alla parete, si avrà:

$$h_c = h_c(v)$$

Anche in questo caso, a titolo di esempio, forniamo la seguente relazione, tra le tante reperibili in letteratura, utilizzabile in convezione forzata:

$$h_c = 2,32 + 10,44 \cdot v^{0,5}$$

Una situazione particolarmente interessante si verifica in regime di convezione naturale quando la parete con cui l'aria scambia calore è orizzontale, ad esempio un pavimento o un solaio. Si possono verificare in questo caso due situazioni: la prima prevede un *flusso termico ascendente* e la seconda *discendente*. Si ha flusso ascendente quando, ad esempio, si considera il solaio di separazione tra un ambiente inferiore più caldo ed uno superiore più freddo. In questo caso le temperature vanno decrescendo procedendo dal basso verso l'alto, per cui l'aria dell'ambiente inferiore viene a contatto con una parete più fredda che ne fa aumentare la densità, provocandone così la caduta ed incrementando i moti convettivi naturali. Allo stesso modo l'aria dell'ambiente superiore, venendo a contatto con un pavimento più caldo, diminuisce la sua densità e si anima di moto ascensionale a tutto vantaggio dello scambio termico convettivo. La configurazione di flusso termico ascendente produce, dunque, nel suo complesso, efficaci scambi termici tra l'aria e la parete sia nell'ambiente superiore che in quello inferiore.

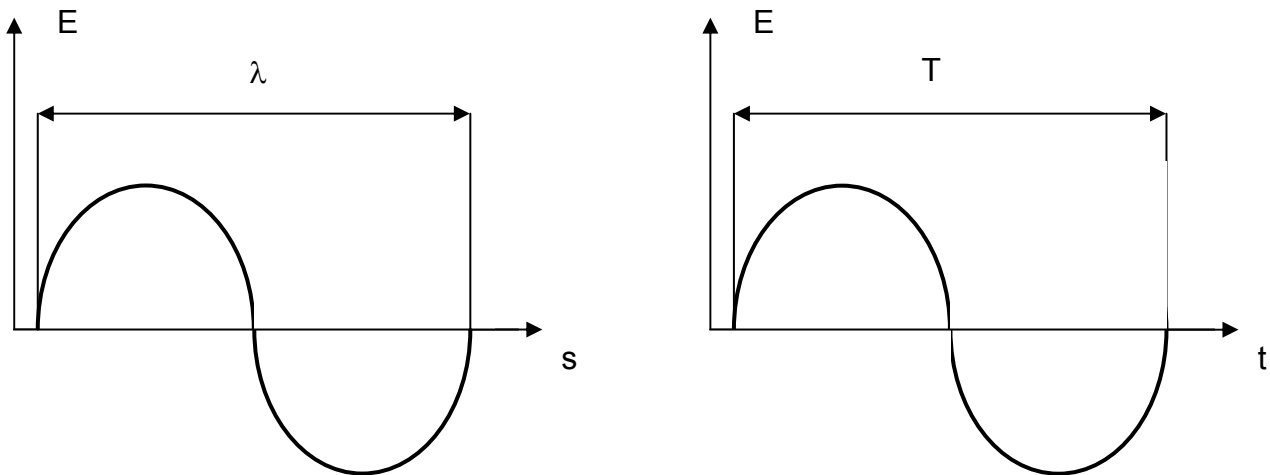
La situazione opposta è quella che si verifica quando il regime termico è tale da comportare una temperatura dell'ambiente superiore più elevata di quella dell'ambiente inferiore. In questo caso in entrambi gli ambienti, l'aria viene a contatto con pareti che tendono ad ostacolare i moti convettivi naturali. Nell'ambiente superiore, infatti, la parete è più fredda ed in quello inferiore più calda dell'aria. Entrambe queste situazioni tendono a favorire la stratificazione dell'aria producendo una attenuazione degli scambi termici convettivi. Le seguenti relazioni, valide per convezione naturale tra aria e parete orizzontale, con flusso ascendente e discendente, mostrano come le considerazioni fatte si ripercuotano sui valori del coefficiente di scambio, dando luogo a valori più elevati per il caso di flusso ascendente.

- Parete orizzontale, flusso ascendente: $h_c = 2,32 \cdot (\Delta T)^{0,25}$
- Parete orizzontale, flusso discendente: $h_c = 1,16 \cdot (\Delta T)^{0,25}$

IRRAGGIAMENTO TERMICO

L'irraggiamento è un meccanismo di scambio termico che avviene attraverso radiazioni elettromagnetiche tra due corpi a diversa temperatura non a contatto tra di loro. Le perturbazioni periodiche del campo elettromagnetico che costituiscono la natura delle onde si propagano nello spazio anche in assenza di un mezzo elastico di trasporto come l'aria, per cui il trasferimento di calore per irraggiamento può avvenire anche nel vuoto, oltre che attraverso un mezzo non opaco alle radiazioni. L'aria, ad esempio, risulta trasparente alle radiazioni elettromagnetiche, poiché sia l'ossigeno che l'azoto, cioè i suoi componenti fondamentali, non interagiscono con esse.

Se indichiamo con $E(s, t)$ il generico campo elettromagnetico definibile nello spazio e nel tempo, si possono studiare le sue perturbazioni periodiche, quindi il fenomeno ondulatorio che ne consegue, in due diagrammi bidimensionali nei quali è possibile definire le grandezze fisiche fondamentali necessarie per descrivere il fenomeno stesso.



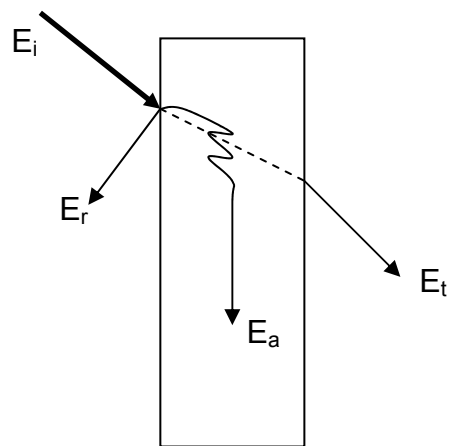
Seguendo l'andamento del campo elettromagnetico nello spazio, fissato l'istante di tempo in cui il fenomeno viene osservato, si definisce "lunghezza d'onda λ " la distanza tra due punti omologhi (due massimi, minimi, punti di nullo etc.). La lunghezza d'onda si misura in metri (m) o in uno dei suoi sottomultipli. Allo stesso modo, osservando il fenomeno in un certo punto dello spazio e seguendo la variazione del campo nel tempo, si definisce "periodo T " e si misura in secondi (s) il tempo che intercorre tra due istanti in cui la perturbazione assume lo stesso valore. Si può ancora definire un'altra grandezza fondamentale che è la frequenza f , pari all'inverso del periodo. Quest'ultima si misura ovviamente in (s^{-1}) o (Hertz). Se indichiamo con c la velocità di propagazione delle onde elettromagnetiche, pari a 3×10^8 m/s, vale la seguente relazione:

$$f = \frac{c}{\lambda}$$

Le radiazioni in grado di trasportare energia termica sono quelle emesse dai corpi solo in virtù del loro stato termico superficiale. Tutti i corpi a temperatura superficiale superiore a 0 K (zero assoluto) emettono onde termiche che differiscono tra di loro solo per la frequenza e per la lunghezza d'onda. Non rientrano in questa categoria le onde radio, i raggi X o fenomeni ondulatori quali la fluorescenza o la fosforescenza. Le onde elettromagnetiche che cadono nel campo del visibile (luce) e dell'infrarosso sono le

principali responsabili del trasporto di calore. All'interno dello spettro di emissione di un corpo, tutte le radiazioni che hanno lunghezza d'onda compresa tra 380 e 780 nm circa appartengono al visibile, mentre quelle che hanno lunghezza d'onda inferiore a 380 nm sono ultraviolette (UV) e quelle con lunghezza d'onda superiore a 780 nm appartengono all'infrarosso (IR). I corpi esistenti in natura hanno comunemente temperature superficiali tali da emettere quest'ultimo tipo di radiazioni. In alcuni casi, se si raggiungono temperature elevate, dell'ordine delle migliaia di Kelvin, si innesca il fenomeno dell'incandescenza con emissione di radiazioni luminose.

Quando una radiazione incide su una parete l'energia raggiante incidente E_i si ripartisce in una quotaparte riflessa E_r , una trasmessa E_t ed una assorbita E_a .



Vale la seguente relazione:

$$E_i = E_r + E_t + E_a$$

Definiamo a questo punto i seguenti coefficienti:

Coefficiente di riflessione: $r = \frac{E_r}{E_i}$

Coefficiente di trasmissione: $t = \frac{E_t}{E_i}$

Coefficiente di assorbimento: $a = \frac{E_a}{E_i}$

La relazione precedentemente scritta diventa:

$$\frac{E_i}{E_i} = \frac{E_r}{E_i} + \frac{E_t}{E_i} + \frac{E_a}{E_i} \Rightarrow r + t + a = 1$$

Leggi di emissione del corpo nero

Come spesso accade in Fisica, per descrivere le modalità con cui un corpo emette o assorbe radiazioni, si introduce un modello di comportamento detto "corpo nero".

Un corpo nero è definito come un *assorbitore perfetto* ed un *emettitore ideale*.

La prima delle due caratteristiche indica la sua capacità di assorbire tutta l'energia incidente sulla sua superficie. Un corpo può essere a comportamento ideale (nero) rispetto a tutte le radiazioni elettromagnetiche o rispetto ad una particolare sezione dello spettro elettromagnetico, cioè alle radiazioni caratterizzate da particolari valori della lunghezza d'onda. Ad esempio un manto di neve è considerato, con buona approssimazione, un corpo nero rispetto alle radiazioni infrarosse, ma di certo non lo è rispetto alle radiazioni visibili. La seconda caratteristica indica che un corpo "a comportamento nero" emette la massima energia raggiante ad una certa temperatura, ponendo un limite alla possibilità per i corpi reali di emettere radiazioni termiche: un corpo a temperatura superficiale T non può emettere una potenza termica superiore a quella di un corpo nero alla stessa temperatura e di uguale superficie.

Dato un corpo nero a temperatura T, definiamo la seguente Legge di Planck:

$$E_{n,\lambda} = \frac{C_1}{\lambda^5 \cdot \left(e^{C_2/\lambda \cdot T} - 1 \right)}$$

in cui: $E_{n,\lambda}$: potere emissivo monocromatico del corpo nero ($\text{W/m}^2 \mu\text{m}$);

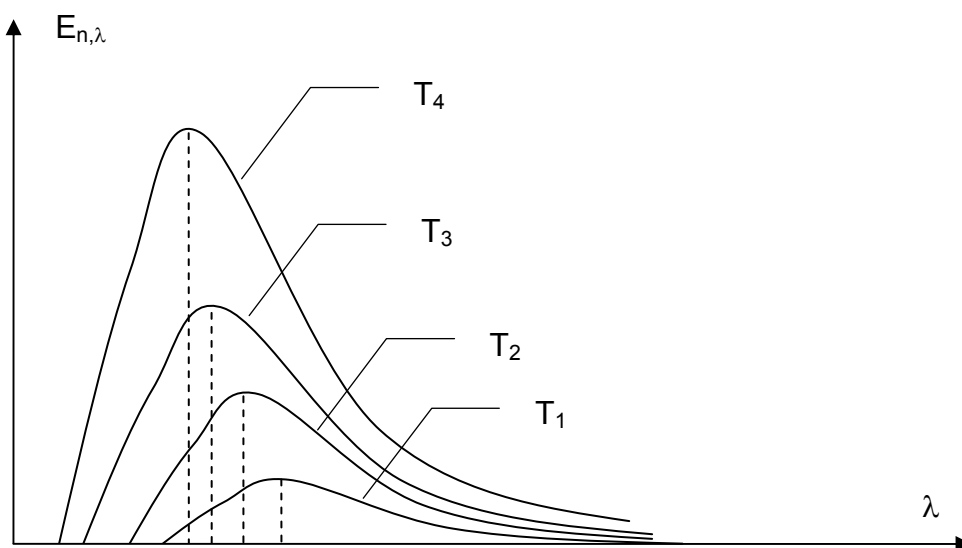
λ : lunghezza d'onda (m);

T: temperatura (K);

C_1 : $3,74 \cdot 10^8 \text{ W } \mu\text{m}^4/\text{m}^2$ ($= 3,74 \cdot 10^{-16} \text{ Wm}^2$)

C_2 : $1,44 \cdot 10^4 \mu\text{m K}$

Il potere emissivo monocromatico indica il flusso termico emesso da un corpo per unità di lunghezza d'onda, quindi fornisce la distribuzione spettrale della potenza termica. E' possibile rappresentare graficamente la legge di Planck in un diagramma in cui, una volta parametrizzata la temperatura superficiale del corpo, il potere emissivo sia espresso in funzione della lunghezza d'onda.



Le curve indicate in figura rappresentano il potere emissivo monocromatico di quattro corpi a temperature superficiali diverse. In particolare, queste sono crescenti dalla T_1 alla T_4 . All'aumentare della temperatura, il punto di massimo di ciascuna curva assume valori crescenti del potere emissivo monocromatico, ma per lunghezze d'onda decrescenti. La relazione che esiste tra la temperatura e la lunghezza d'onda di massima emissione, ricavabile effettuando un'operazione di derivazione della funzione di Planck, va sotto il nome di *Legge di Wien* ed afferma che *queste due grandezze risultano inversamente proporzionali*, essendo il loro prodotto pari ad una costante, come risulta dalla formula:

$$\lambda_{\max} \cdot T = 2898 \mu\text{m} \cdot \text{K}$$

Questa circostanza spiega il fenomeno dell'incandescenza, grazie al quale si ha la possibilità di produrre luce artificiale da un filamento di tungsteno ad elevata temperatura. In una lampada ad incandescenza, infatti, il filamento, attraversato da una corrente elettrica, si riscalda per effetto Joule fino a temperature vicine a 3000 K, in corrispondenza delle quali il punto di massimo della curva di emissione cade nel campo del visibile. Se consideriamo il sole un corpo nero a temperatura superficiale pari approssimativamente a 6000 K, e calcoliamo, con la legge di Wien, il punto di massimo della sua curva di emissione, otteniamo:

$$\lambda_{\max} \cdot T = 2898 \Rightarrow \lambda_{\max} = \frac{2898}{6000} = 0,483 \mu\text{m}$$

cioè all'interno del campo del visibile.

Al contrario calcolando il punto di massimo per un corpo a temperatura superficiale 300 K, si ha:

$$\lambda_{\max} \cdot T = 2898 \Rightarrow \lambda_{\max} = \frac{2898}{300} = 9,66 \mu\text{m}$$

in pieno Infrarosso.

Effetto serra

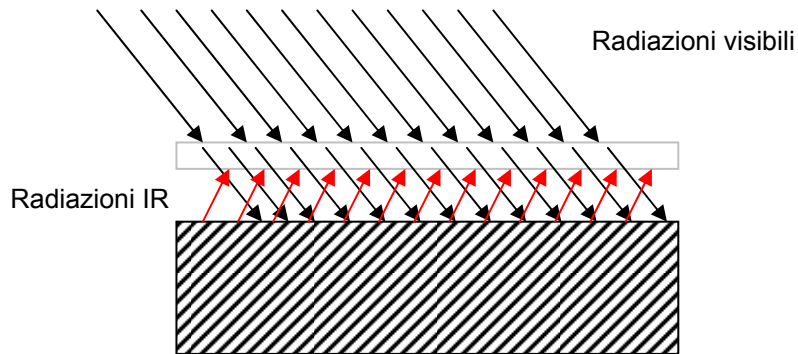
Una delle conseguenze della legge di Wien è l'effetto serra che si verifica ogni qualvolta si dispone un corpo opaco dietro una superficie trasparente al visibile (vetro, policarbonato...) sottoposta a radiazioni solari. L'energia solare proveniente dal sole è composta prevalentemente da radiazioni visibili ed infrarosse⁹. L'energia luminosa che incide sulla superficie trasparente, in massima quantità la attraversa e solo in piccole percentuali viene riflessa o assorbita; va ad incidere sulla superficie opaca che, al contrario, in grossa percentuale la assorbe. Tale assorbimento provoca un riscaldamento del corpo che così aumenta l'emissione di radiazioni infrarosse.

Queste ultime, andando ad incidere sulla superficie trasparente, vengono da essa riflesse o assorbite, essendo la trasparenza del vetro relativa solo al campo del visibile.

Quelle che il vetro assorbe ne provocano il riscaldamento, mentre quelle riflesse vanno ad incidere di nuovo sulla superficie opaca venendo a loro volta assorbite e contribuendo, in tal modo, al surriscaldamento del corpo. In definitiva l'aria compresa tra le due superfici, si

⁹ Le radiazioni ultraviolette vengono filtrate dallo strato di ozono presente nella stratosfera, che negli ultimi decenni è stato danneggiato dai clorofluorocarburi (CFC) utilizzati nell'industria frigorifera.

trova a contatto con corpi ad elevata temperatura e subisce un surriscaldamento, denominato appunto effetto serra.



Dalla legge di Planck, operando una integrazione della funzione all'interno dello spettro elettromagnetico, si può calcolare il potere emissivo totale di un corpo a temperatura T, secondo la legge di Stephan Boltzman:

$$\dot{Q} = \sigma \cdot A \cdot T^4$$

essendo:

\dot{Q} : potenza termica emessa dal corpo nero (W);

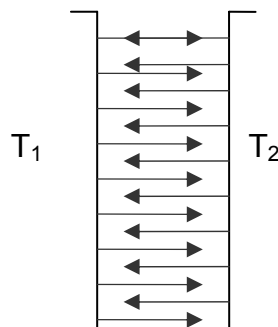
σ : costante di Stephan Boltzman = $5,67 \times 10^{-8}$ (W/m² K⁴)

A: area della superficie del corpo nero emittente (m²);

T: temperatura superficiale del corpo nero (K)

Scambi termici radiativi tra due corpi neri a diversa temperatura

Finora abbiamo trattato l'argomento studiando le modalità con cui un corpo nero emette energia. Analizziamo ora cosa avviene quando due corpi neri scambiano tra loro energia termica radiante. Facciamo inizialmente l'ipotesi che i due corpi siano di uguali superfici e tra loro perfettamente affacciati, in modo tale che tutta l'energia radiante uscente da uno dei due vada ad incidere sull'altro e viceversa. I due corpi siano inizialmente a temperature superficiali T₁ e T₂, con T₁ > T₂.



Il corpo 1 emette complessivamente una potenza termica pari a:

$$\dot{Q}_1 = \sigma \cdot A_1 \cdot T_1^4$$

mentre il corpo 2 emette una potenza pari a:

$$\dot{Q}_2 = \sigma \cdot A_2 \cdot T_2^4$$

Poiché entrambi sono neri, e la configurazione è tale che tutta l'energia emessa da uno incida sull'altro, si può calcolare la potenza termica scambiata tra i due in termini di bilancio termico effettuato sull'uno o sull'altro, computando, ad esempio per il corpo 1, la differenza tra il calore emesso e quello assorbito, ottenendo:

$$\dot{Q}_{12} = \sigma \cdot A_1 \cdot T_1^4 - \sigma \cdot A_2 \cdot T_2^4$$

Essendo le due superfici perfettamente interfacciate, si ha:

$$A_1 = A_2 = A \Rightarrow \dot{Q}_{12} = \sigma \cdot A \cdot (T_1^4 - T_2^4)$$

Ovviamente, se si effettua il bilancio termico sul corpo 2, si ottiene lo stesso risultato con il segno cambiato. Il fatto che il corpo 2 sia inizialmente più freddo del corpo 1 fa sì che nel processo 1 ceda complessivamente calore a 2 raffreddandosi e 2 lo assorba da 1 riscaldandosi.

Emissione dei corpi grigi

I corpi reali emettono radiazioni secondo modalità differenti da un corpo nero, presentando spettri di emissione molto più irregolari. In prima approssimazione si può ricondurre il comportamento dei corpi reali, dal punto di vista dell'emissione, ad un altro modello di corpo detto "*corpo grigio*", per il quale l'emissione radiativa ad una certa temperatura avviene secondo modalità simili a quelle del corpo nero ma con valori ridotti in funzione di un *coefficiente di emissione* o emissività ε .

L'emissività monocromatica di un corpo reale si definisce come il potere emissivo monocromatico del corpo fratto quello corrispondente di un corpo nero alla stessa temperatura:

$$\varepsilon_\lambda = \frac{E_\lambda}{E_{n,\lambda}}$$

La *legge di Kirchoff* afferma che, per qualsiasi lunghezza d'onda, emissività e coefficiente di assorbimento sono uguali:

$$\varepsilon_\lambda = a_\lambda$$

In generale, nei corpi reali, l'emissività dipende in maniera irregolare dalla lunghezza d'onda, mentre, nei corpi grigi, essa risulta indipendente da tale parametro ed assume un valore unico in tutto lo spettro di lunghezze d'onda per cui il comportamento di un corpo

grigio dal punto di vista della potenza termica che emette ad una certa temperatura viene descritto da un'unica grandezza, valida per tutto lo spettro:

$$\varepsilon = \frac{E}{E_n}$$

essendo E ed E_n , rispettivamente, il potere emissivo globale (W/m^2) del corpo grigio e di quello nero alla stessa temperatura.

Ovviamente in tutto lo spettro si ha:

$$\varepsilon = a$$

Nota l'emissività di un corpo grigio, la potenza termica che emette è data da:

$$\dot{Q}_g = \varepsilon \cdot \sigma \cdot A \cdot T^4$$

con ovvio significato dei simboli.

Consideriamo ancora una volta i due corpi perfettamente affacciati dell'esempio precedente ed immaginiamo che il corpo 1 sia nero ed il 2 sia grigio caratterizzato da una emissività ε_2 . Le potenze termiche che emettono sono, rispettivamente:

$$\dot{Q}_1 = \sigma \cdot A_1 \cdot T_1^4$$

$$\dot{Q}_2 = \varepsilon_2 \cdot \sigma \cdot A_2 \cdot T_2^4$$

La potenza termica che il corpo 1 emette va ad incidere sul corpo 2 e viene assorbita da esso in misura proporzionale al suo coefficiente di assorbimento a_2 :

$$\dot{Q}_{1 \rightarrow 2} = a_2 \cdot \sigma \cdot A_1 \cdot T_1^4$$

Al contrario quella che il corpo 2 emette viene totalmente assorbita dal corpo 1:

$$\dot{Q}_{2 \rightarrow 1} = \varepsilon_2 \cdot \sigma \cdot A_2 \cdot T_2^4$$

La potenza scambiata tra 1 e 2 può essere valutata effettuando il bilancio termico sul corpo 2 o sul corpo 1. Essendo $A_1 = A_2 = A$, e l'emissività coincidente con il coefficiente di assorbimento, il bilancio sul corpo 2 si può scrivere come segue:

$$\dot{Q}_{12} = a_2 \cdot \sigma \cdot A \cdot T_1^4 - \varepsilon_2 \cdot \sigma \cdot A \cdot T_2^4 = \varepsilon_2 \cdot \sigma \cdot A \cdot (T_1^4 - T_2^4)$$

Al contrario, se effettuiamo il bilancio sul corpo 1, dobbiamo tener presente che la potenza termica che giunge sulla sua superficie è data dalla somma di quella che il corpo 2 emette e di quella che, provenendo dal corpo 1, lo stesso corpo 2 non assorbe.

Pertanto si ha:

$$\dot{Q}_{12} = \varepsilon_2 \cdot \sigma \cdot A \cdot T_2^4 + (1 - a_2) \sigma \cdot A \cdot T_1^4 - \sigma \cdot A \cdot T_1^4 = \varepsilon_2 \cdot \sigma \cdot A \cdot (T_2^4 - T_1^4)$$

ovviamente \dot{Q}_{12} esprime la quantità di calore scambiata complessivamente tra 1 e 2 che equivarrà a quella che il corpo più caldo cede e che quello più freddo assorbe.

Se i due corpi perfettamente interfacciati e a diversa temperatura sono entrambi grigi il problema risulta essere più complesso, poiché non tutta l'energia emessa dal corpo 1 viene assorbita dal corpo 2 ma parte viene riflessa e torna sul corpo 1 che di nuovo in parte la riflette rinviandola verso 2 e così via. Analogamente accade all'energia emessa da 2. Analiticamente la soluzione del problema è una serie convergente e la potenza termica scambiata tra i due corpi vale:

$$\dot{Q}_{12} = \frac{\sigma \cdot A \cdot (T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1}$$

con ovvio significato dei simboli.

Fattore di intercettazione

Finora abbiamo ipotizzato che i due corpi che si scambiano calore per irraggiamento siano tra loro perfettamente interfacciati, in modo che l'intera energia emessa da uno vada ad incidere sull'altro e viceversa. Nella maggior parte dei casi questa circostanza non si verifica. A prescindere dalle caratteristiche di emissione ed assorbimento (corpi neri o grigi), la potenza termica che si scambiano due corpi a diversa temperatura dipende dalla configurazione geometrica in cui si presentano.

Per descrivere la posizione geometrica reciproca tra di essi, si utilizza il cosiddetto "*Fattore di forma o di intercettazione*", che permette di calcolare la frazione di energia raggiante che, emessa da uno dei due corpi giunge sull'altro. La definizione dei fattori di intercettazione esula dagli scopi di questo corso.

In maniera del tutto generica possiamo affermare che lo scambio tra due corpi reali può essere descritto da una espressione del tipo:

$$\dot{Q}_{12} = F(A_1, A_2, F_{1,2}, \varepsilon_1, \varepsilon_2) \cdot \sigma \cdot (T_1^4 - T_2^4)$$

MECCANISMI COMBINATI DI SCAMBIO TERMICO: TRASMITTANZA DI UNA PARETE MULTISTRATO.

Consideriamo una parete multistrato che separi, in regime stazionario e monodimensionale, un ambiente interno da uno esterno.

Sia T_{ai} la temperatura dell'aria nell'ambiente interno e T_{ae} la temperatura dell'aria nell'ambiente esterno. Nell'ambiente interno siano inoltre presenti un certo numero di corpi (pareti, soffitto, pavimento, arredi, persone...) ciascuno caratterizzato da una propria temperatura superficiale. Si indichi con T_j la temperatura della generica superficie presente nell'ambiente. Altrettanto si faccia nell'ambiente esterno.

Tra l'aria presente nell'ambiente interno e la superficie interna della parete si verificano scambi convettivi mentre tra la superficie suddetta e le varie superfici a diversa temperatura presenti nell'ambiente si hanno scambi radiativi. Allo stesso modo avviene all'esterno.

Il problema viene risolto con il metodo dell'analogia elettrica mediante una schematizzazione della configurazione termica che permette di ricondurla ad una rete elettrica in cui ciascun nodo corrisponde ad un elemento isoterma (aria, superficie di una parete, corpo presente nell'ambiente, etc.) collegato a tutti quelli con cui scambia calore attraverso una resistenza. Il modello si basa sulla equivalenza del fenomeno termico e di quello elettrico, una volta ammessa, in regime stazionario, la perfetta analogia tra la differenza di temperatura, il flusso termico e la resistenza termica tra due nodi termici e, rispettivamente, la differenza di potenziale, la corrente elettrica e la resistenza elettrica tra i nodi corrispondenti nella rete elettrica.

Tutti gli scambi radiativi che avvengono tra ciascuno dei due ambienti e la parete possono essere ridotti ad un unico fenomeno tra il nodo che indica la temperatura superficiale della parete, rispettivamente interna ed esterna, ed una particolare temperatura detta "Temperatura media radiante", definita come la *temperatura superficiale di un ipotetico corpo nero con il quale la superficie della parete considerata scambia per irraggiamento la stessa quantità di calore che scambia nella realtà*. E' dunque possibile calcolare una temperatura media radiante per l'ambiente interno $T_{mr,i}$ ed una per l'ambiente esterno $T_{mr,e}$. In prima approssimazione la temperatura media radiante si calcola come media pesata tra tutte le temperature superficiali presenti. In formula:

$$T_{mr} = \frac{\sum_{i=1}^n T_{s,i} \cdot S_i}{\sum_{i=1}^n S_i}$$

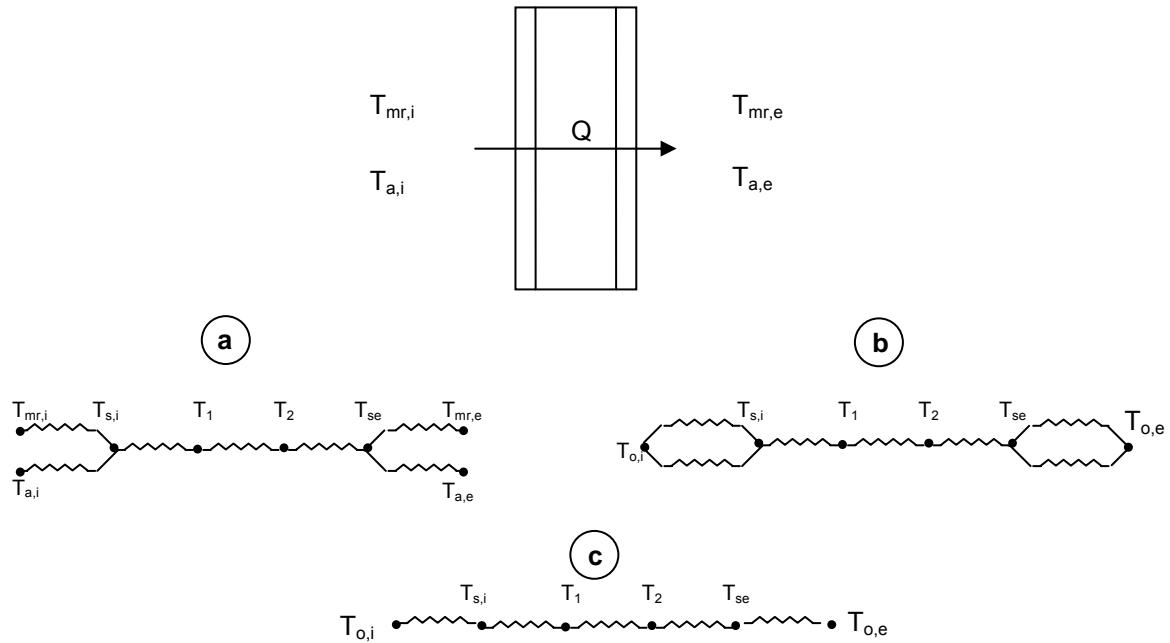
essendo $T_{s,i}$ la temperatura superficiale dell'iesimo corpo presente nell'ambiente.

La figura che segue descrive graficamente lo schema elettrico mediante il quale viene studiato il fenomeno in tre fasi, che vanno dallo schema (a), al (b) ed infine allo schema risolutivo (c), secondo i passaggi che vengono di seguito descritti.

Lo scambio termico radiativo tra la temperatura media radiante interna $T_{mr,i}$ e la temperatura superficiale interna della parete $T_{s,i}$ e l'analogo tra la $T_{mr,e}$ e la $T_{s,e}$ dovrebbero essere descritti con relazioni del tipo:

$$Q = F \cdot \sigma \cdot (T_{mr,i}^4 - T_{s,i}^4)$$

$$Q = F \cdot \sigma \cdot (T_{s,e}^4 - T_{mr,e}^4)$$



in cui la potenza termica Q viene calcolata in funzione della differenza tra le quarte potenze delle temperature e di un fattore F che dipende dalle aree delle superfici dei due corpi che si scambiano calore, dalle loro emissività e dal fattore di intercettazione o di forma.

Tali relazioni possono essere “linearizzate”, introducendo un coefficiente di scambio termico radiativo h_r , che ovviamente dipenderà dalle temperature in gioco, del tutto analogo a quello convettivo, ottenendo:

$$Q = h_{r,i} \cdot A \cdot (T_{mr,i} - T_{s,i})$$

$$Q = h_{r,e} \cdot A \cdot (T_{s,e} - T_{mr,e})$$

Facendo riferimento allo schema della figura precedente, si nota inoltre che la configurazione elettrica che descrive gli scambi convettivi interni ed esterni può essere ricondotta ad uno schema a due resistenze in parallelo, riducendo i due nodi T_{mr} e T_a ad un unico nodo che caratterizzi con la sua temperatura il regime termico dell'intero ambiente cui si riferisce. Questa approssimazione è lecita nella maggior parte dei casi, essendo comunemente non molto dissimili la temperatura dell'aria e quella media radiante, mentre comporta errori più elevati in presenza di grosse superfici a temperatura drasticamente diversa da quella delle altre (esempio superfici vetrate estese).

Si introduce a tal proposito la temperatura operativa, rispettivamente interna ed esterna, che è costituita dalla media aritmetica tra la temperatura dell'aria e quella media radiante.

$$T_{o,i} = \frac{T_{a,i} + T_{mr,i}}{2}$$

$$T_{o,e} = \frac{T_{a,e} + T_{mr,e}}{2}$$

Quest'ultima approssimazione consente di trasformare il modello elettrico illustrato nello schema (a) in quello semplificato dello schema (b), in cui le due resistenze, convettiva e radiativa, appaiono in parallelo. Si ha pertanto:

$$Q_{c,i} = h_{c,i} \cdot A \cdot (T_{o,i} - T_{s,i})$$

$$Q_{r,i} = h_{r,i} \cdot A \cdot (T_{o,i} - T_{s,i})$$

essendo:

$Q_{c,i}$: potenza termica convettiva [W];

$h_{c,i}$: coefficiente medio di scambio termico convettivo [$W/m^2 K$]

$Q_{r,i}$: potenza termica radiativa [W];

$h_{r,i}$: coefficiente di scambio termico radiativo ($W/m^2 K$).

Sommando i due contributi, come reso lecito dalla configurazione in parallelo delle due resistenze, si ottiene il flusso termico complessivamente scambiato tra l'ambiente interno e la superficie interna della parete:

$$Q_i = (h_{r,i} + h_{c,i}) \cdot A \cdot (T_{o,i} - T_{s,i}) \Rightarrow Q_i = \alpha_i \cdot A \cdot (T_{o,i} - T_{s,i})$$

In tale espressione compare un nuovo coefficiente, α_i , denominato *adduttanza interna* o *coefficiente di adduzione interno*, che descrive contemporaneamente tutti gli scambi termici, convettivi e radiativi, che avvengono tra l'ambiente interno e la superficie interna della parete. In modo del tutto analogo si definisce l'adduttanza esterna α_e , somma dei coefficienti radiativo e convettivo esterni:

$$Q_e = (h_{r,e} + h_{c,e}) \cdot A \cdot (T_{s,e} - T_{o,e}) \Rightarrow Q_e = \alpha_e \cdot A \cdot (T_{s,e} - T_{o,e})$$

Evidentemente l'adduttanza è dimensionalmente uguale ad una conduttanza unitaria e si misura quindi in W/m^2K . E' possibile pertanto definire la resistenza unitaria corrispondente, che chiameremo adduttiva, data dal suo inverso $1/\alpha$, misurabile in $m^2 K/W$.

A questo punto la configurazione del modello elettrico è diventata quella dello schema © di figura in cui tutte le resistenze sono disposte in serie. In particolare, procedendo dall'interno verso l'esterno, si incontrano: una resistenza adduttiva interna, tre resistenze conduttive, relative agli strati della parete, ed infine una resistenza adduttiva esterna.

A partire da tale configurazione è possibile ridurre tutte le resistenze unitarie in serie ad un'unica resistenza unitaria totale con la seguente procedura:

$$Q = \alpha_i \cdot A \cdot (T_{o,i} - T_{s,i}) = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_i}} \cdot A \cdot (T_{o,i} - T_{s,i}) \Rightarrow (T_{o,i} - T_{s,i}) = \frac{Q}{A} \cdot \frac{1}{\alpha_i}$$

$$Q = \frac{\lambda_1}{L_1} \cdot A \cdot (T_{s,i} - T_1) = \frac{1}{\frac{L_1}{\lambda_1}} \cdot A \cdot (T_{s,i} - T_1) \Rightarrow (T_{s,i} - T_1) = \frac{Q}{A} \cdot \frac{L_1}{\lambda_1}$$

$$Q = \frac{\lambda_2}{L_2} \cdot A \cdot (T_1 - T_2) = \frac{1}{L_2/\lambda_2} \cdot A \cdot (T_1 - T_2) \Rightarrow (T_1 - T_2) = \frac{Q}{A} \cdot \frac{L_2}{\lambda_2}$$

$$Q = \frac{\lambda_3}{L_3} \cdot A \cdot (T_2 - T_{s,e}) = \frac{1}{L_3/\lambda_3} \cdot A \cdot (T_2 - T_{s,e}) \Rightarrow (T_2 - T_{s,e}) = \frac{Q}{A} \cdot \frac{L_3}{\lambda_3}$$

$$Q = \alpha_e \cdot A \cdot (T_{s,e} - T_{o,e}) = \frac{1}{1/\alpha_e} \cdot A \cdot (T_{s,e} - T_{o,e}) \Rightarrow (T_{s,e} - T_{o,e}) = \frac{Q}{A} \cdot \frac{1}{\alpha_e}$$

Sommando membro a membro le equazioni scritte, si ottiene:

$$Q = \left(\frac{1}{\alpha_i} + \frac{L_1}{\lambda_1} + \frac{L_2}{\lambda_2} + \frac{L_3}{\lambda_3} + \frac{1}{\alpha_e} \right)^{-1} \cdot A \cdot (T_i - T_e)$$

avendo, per semplicità, indicato con T_i e T_e le temperature operative interna ed esterna. Se indichiamo con R_T la resistenza termica unitaria totale della parete potremo scrivere:

$$R_{uT} = \left(\frac{1}{\alpha_i} + \frac{L_1}{\lambda_1} + \frac{L_2}{\lambda_2} + \frac{L_3}{\lambda_3} + \frac{1}{\alpha_e} \right) \quad \left(\frac{m^2 \cdot K}{W} \right)$$

L'inverso della resistenza termica unitaria totale è la trasmittanza della parete pari a:

$$K = \frac{1}{R_{uT}} = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_i} + \frac{L_1}{\lambda_1} + \frac{L_2}{\lambda_2} + \frac{L_3}{\lambda_3} + \frac{1}{\alpha_e}} \quad \left(\frac{W}{m^2 \cdot K} \right)$$

La determinazione della trasmittanza di una parete consente dunque di calcolare il flusso termico che la attraversa in regime stazionario, se essa è sottoposta ad una differenza di temperatura $T_i - T_e$, una volta note le caratteristiche della parete stessa. Infatti:

$$Q = K \cdot A \cdot (T_i - T_e) \quad (W)$$

Noto il flusso termico che attraversa la parete, si può determinare l'andamento delle temperature strato per strato, imponendo l'uguaglianza, in regime stazionario, tra il flusso termico che attraversa l'intera parete ed ogni sua singola parte.¹⁰ In questa ipotesi, si ha:

¹⁰ Con riferimento ad un generico strato interno alla parete, il flusso che entra in esso deve uguagliare quello che da esso fuoriesce; in altre parole in qualsiasi strato, anche infinitesimo, si vada a calcolare il flusso termico, esso sarà sempre uguale a quello che attraversa l'intera parete. Se così non fosse, sarebbe possibile individuare uno strato di materiale all'interno del quale il flusso entrante sarebbe diverso da quello uscente, ma questo provocherebbe una variazione di temperatura nel tempo di tale strato, contraddicendo l'ipotesi di regime stazionario.

$$Q = K \cdot A \cdot (T_i - T_e) = \alpha_i \cdot A \cdot (T_i - T_{s,i}) \Rightarrow T_{s,i} = T_i - K \cdot (T_i - T_e) \cdot \frac{1}{\alpha_i}$$

Analogamente:

$$Q = K \cdot A \cdot (T_i - T_e) = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_i} + \frac{L_1}{\lambda_1}} \cdot A \cdot (T_i - T_1) \Rightarrow T_1 = T_i - K \cdot (T_i - T_e) \cdot \left(\frac{1}{\alpha_i} + \frac{L_1}{\lambda_1} \right)$$

In altre parole, la temperatura alla generica interfaccia tra due strati è data da quella interna meno il prodotto del flusso per unità di superficie e della resistenza unitaria incontrata fino a quello strato. Valgono pertanto ancora le seguenti relazioni:

$$T_2 = T_i - K \cdot (T_i - T_e) \cdot \left(\frac{1}{\alpha_i} + \frac{L_1}{\lambda_1} + \frac{L_2}{\lambda_2} \right)$$

$$T_{s,e} = T_i - K \cdot (T_i - T_e) \cdot \left(\frac{1}{\alpha_i} + \frac{L_1}{\lambda_1} + \frac{L_2}{\lambda_2} + \frac{L_3}{\lambda_3} \right)$$

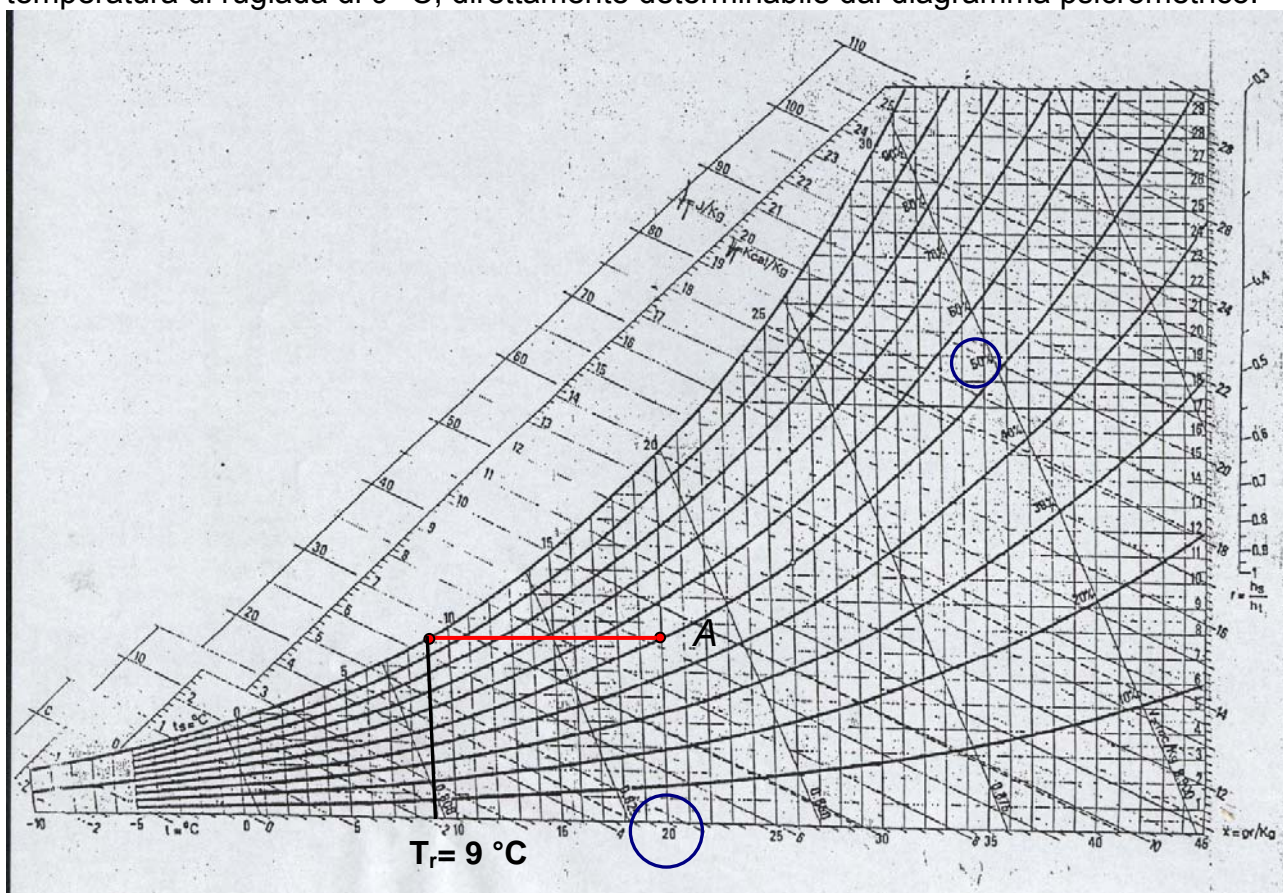
VERIFICA DI CONDENSA SUPERFICIALE

All'interno degli ambienti possono crearsi condizioni igieniche sfavorevoli legate alla possibilità che parte del vapore presente nell'aria trovi, sulle superfici più fredde che delimitano l'ambiente stesso, condizioni idonee perché si verifichi il fenomeno della condensa superficiale. Si tratta di un fenomeno che può interessare la faccia interna di una parete di separazione tra l'ambiente interno e quello esterno, in particolare quando su tale parete la temperatura superficiale assume valori considerati a rischio. Questo avviene solitamente su porzioni di parete caratterizzate da dispersioni particolarmente intense, come ad esempio le discontinuità geometriche e/o strutturali denominate ponti termici, o su intere superfici, quali quelle vetrate che, per loro natura, presentano elevati valori della dispersione e sono dunque più fredde delle altre superfici di contorno.

Il verificarsi del fenomeno della condensa superficiale può dar luogo a formazione di muffe sulle pareti che rendono critiche le condizioni igieniche ambientali ed è maggiormente probabile in ambienti ricchi di vapore (servizi, cucine...) o dove non sia effettuato un efficace ricambio dell'aria.

Date le caratteristiche termodinamiche dell'aria presente in ambiente è possibile determinare, mediante l'utilizzo di un diagramma psicrometrico, la sua temperatura di rugiada, ossia quella alla quale si realizzano condizioni di saturazione durante un processo di raffreddamento sensibile.

Ad esempio, come illustrato nella figura seguente, un ambiente caratterizzato da una temperatura a bulbo asciutto di 20 °C e da una umidità relativa del 50 % presenta una temperatura di rugiada di 9 °C, direttamente determinabile dal diagramma psicrometrico.



Per scongiurare il fenomeno della condensa superficiale è necessario verificare che le temperature delle superfici di contorno dell'ambiente non assumano valori minori o uguali alla temperatura di rugiada, poiché, solo in questo caso, viene evitata la possibilità di far

raffreddare l'aria ambiente fino alle condizioni di saturazione. E' evidente che tale verifica va effettuata nelle condizioni di esercizio più severe, che si realizzano in corrispondenza della temperatura di progetto esterna in regime stazionario.

In tali ipotesi, la temperatura superficiale interna di una parete esterna si determina con la seguente relazione:

$$T_{s,i} = T_i - K(T_i - T_e) \cdot \frac{1}{\alpha_i}$$

essendo:

- $T_{s,i}$: temperatura superficiale interna (K);
- T_i : temperatura dell'ambiente interno (K);
- T_e : temperatura dell'ambiente esterno (K);
- K : trasmittanza della parete ($W/m^2 K$);
- α_i : adduttanza interna ($W/m^2 K$).

Se tale temperatura si mantiene su valori superiori a quello assunto dalla temperatura di rugiada anche sulle pareti più disperdenti il fenomeno della condensa superficiale è scongiurato.

Esso si verifica invece ogni qualvolta:

$$T_{s,i} \leq T_R$$

Poiché la determinazione di $T_{s,i}$ è strettamente legata al valore di K , si può ovviare ad un valore di $T_{s,i}$ troppo basso diminuendo il valore della trasmittanza della parete, ad esempio inserendo in essa un materiale isolante. E' possibile, in questo caso, calcolare il valore che deve avere la resistenza di tale strato aggiuntivo per evitare il fenomeno della condensa. Infatti, se indichiamo con R_T la resistenza totale della parete in condizioni attuali, si ha:

$$R_T = \frac{1}{K}$$

D'altro canto, l'aggiunta di un materiale isolante comporta un aumento di resistenza pari al valore che ha la resistenza dello strato aggiunto R_{isol} .

La nuova resistenza totale vale:

$$R'_T = R_T + R_{isol}$$

e di conseguenza la nuova trasmittanza assume il seguente valore:

$$K' = \frac{1}{R'_T} = \frac{1}{R_T + R_{isol}}$$

Tale valore deve dar luogo ad una temperatura superficiale interna superiore a quella di rugiada. Imponendo allora che la temperatura superficiale interna sia uguale a quella di

rugiada si ottiene Il valore minimo che deve assumere la resistenza aggiuntiva al fine di evitare la condensa superficiale.

$$T_{s,i} = T_R \Rightarrow T_R = T_i - K'(T_i - T_e) \cdot \frac{1}{\alpha_i} \Rightarrow K' = \alpha_i \cdot \frac{(T_i - T_R)}{(T_i - T_e)}$$

Nota K' , si può determinare il corrispondente valore di R_{isol} :

$$K' = \frac{1}{R_T + R_{isol}} \Rightarrow R_T + R_{isol} = \frac{1}{K'} \Rightarrow R_{isol} = \frac{1}{K'} - R_T$$

VERIFICA DI CONDENSA INTERSTIZIALE – Metodo di GLASER

In regime invernale il vapore acqueo presente all'interno di un ambiente tende a migrare verso l'esterno a causa della differenza tra i valori che assume la pressione parziale del vapore nell'ambiente interno ed in quello esterno.

All'interno della parete possono verificarsi le condizioni perché parte di questo vapore condensi. Tale eventualità può provocare deterioramento dei materiali e peggioramento delle prestazioni termiche degli stessi. Particolarmente a rischio sono i materiali isolanti per i quali l'eventuale presenza di acqua liquida, oltre a peggiorare drasticamente le prestazioni termiche, ne causa il deterioramento ed il precoce invecchiamento.

E' necessario allora effettuare una verifica che escluda tale circostanza. Qualora le condizioni ambientali fossero tali da non poterla scongiurare, sarà necessario accertarsi che la quantità d'acqua liquida formatasi all'interno della parete per condensa del vapore acqueo presente nell'aria sia inferiore a taluni valori limite imposti dall'attuale normativa vigente in Italia, ma tale ulteriore verifica esula dagli scopi del presente corso.

Il metodo utilizzato per verificare la possibilità del fenomeno della condensa interstiziale è di tipo grafico ed è dovuto a Glaser. Esso si applica in regime stazionario in condizioni di picco, cioè nelle condizioni climatiche più severe.

La verifica di condensa interstiziale non può essere effettuata confrontando le temperature che caratterizzano i vari strati interni alla parete, che presumibilmente saranno assunte dal vapore che migra dall'interno verso l'esterno, con quella di rugiada, poiché non è nota, strato per strato, la quantità di vapore presente, essendo diverso il comportamento dei singoli materiali al flusso di vapore: alcuni sono infatti più permeabili al vapore, altri meno. Questo determina una presenza di vapore in quantità incerte all'interno dei vari strati. In queste condizioni non è possibile definire quale sia esattamente la temperatura di rugiada con la quale effettuare il confronto.

Si procede allora esaminando i valori assunti da un altro parametro strettamente legato alla quantità di vapore presente, cioè la pressione parziale del vapore.

Ricordando l'espressione che fornisce l'umidità relativa dell'aria in funzione di tale parametro e della pressione di saturazione ad una certa temperatura T , possiamo affermare che le condizioni di saturazione, con il conseguente fenomeno della condensa, si verificano ogni qual volta la pressione parziale del vapore assume lo stesso valore di quella di saturazione alla temperatura considerata.

$$\Phi = \frac{p_v}{p_s} \Big|_T$$

$$p_v = p_s \Rightarrow \Phi = 1$$

E' necessario allora determinare gli andamenti della pressione di saturazione e della pressione parziale del vapore all'interno della parete e verificare che quest'ultima assuma sempre valori inferiori alla prima per scongiurare il fenomeno della condensa.

La pressione di saturazione interna e quella esterna si determinano in funzione della temperatura attraverso opportune tabelle o attraverso relazioni del tipo:

$$p_s(T) = \exp \left[65.81 - \frac{7066.27}{T} - 5.976 \ln(T) \right]$$

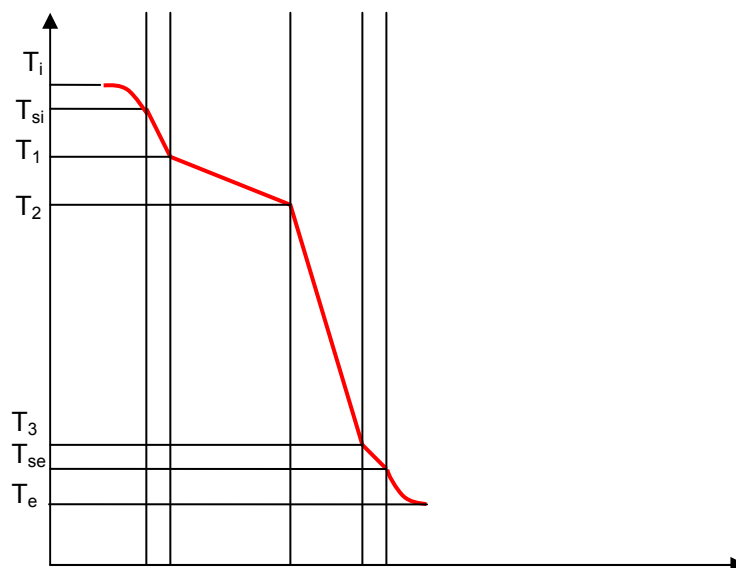
con le T espresse in K.

La conoscenza della temperatura dell'aria e dell'umidità relativa nell'ambiente interno ed in quello esterno ci permette di determinare i valori della pressione parziale del vapore interna ed esterna, una volta noti i valori interno ed esterno della pressione di saturazione.

$$p_{v,i} = p_s(T_i) \cdot \Phi_i$$

$$p_{v,e} = p_s(T_e) \cdot \Phi_e$$

A partire dalla conoscenza di $p_s(T_e)$ e di $p_s(T_i)$ e dell'andamento delle temperature all'interno della parete precedentemente calcolato si possono determinare i vari valori di $p_s(T)$. Con riferimento alla figura seguente che rappresenta una parete multistrato di separazione fra due ambienti interno ed esterno, si mostrano i vari passaggi della procedura indicata.



Determinazione dell'andamento delle temperature:

Note T_i e T_e le varie temperature si determinano nel modo seguente:

$$T_{s,i} = T_i - K(T_i - T_e) \cdot \frac{1}{\alpha_i}$$

$$T_1 = T_i - K(T_i - T_e) \cdot \left(\frac{1}{\alpha_i} + \frac{s_1}{\lambda_1} \right)$$

$$T_2 = T_i - K(T_i - T_e) \cdot \left(\frac{1}{\alpha_i} + \frac{s_1}{\lambda_1} + \frac{s_2}{\lambda_2} \right)$$

$$T_3 = T_i - K(T_i - T_e) \cdot \left(\frac{1}{\alpha_i} + \frac{s_1}{\lambda_1} + \frac{s_2}{\lambda_2} + \frac{s_3}{\lambda_3} \right)$$

$$T_{s,e} = T_i - K(T_i - T_e) \cdot \left(\frac{1}{\alpha_i} + \frac{s_1}{\lambda_1} + \frac{s_2}{\lambda_2} + \frac{s_3}{\lambda_3} + \frac{s_4}{\lambda_4} \right)$$

Con la relazione scritta precedentemente si determinano i valori di $p_s(T)$ per ogni T:

$$p_s(T_i) = \exp \left[65.81 - \frac{7066.27}{T_i} - 5.976 \ln(T_i) \right]$$

$$p_s(T_{s,i}) = \exp \left[65.81 - \frac{7066.27}{T_{s,i}} - 5.976 \ln(T_{s,i}) \right]$$

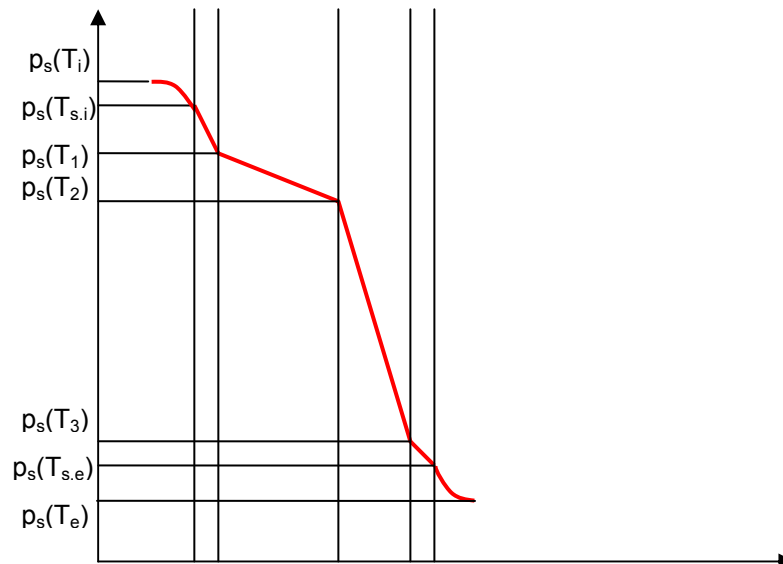
$$p_s(T_1) = \exp \left[65.81 - \frac{7066.27}{T_1} - 5.976 \ln(T_1) \right]$$

.....

$$p_s(T_{s,e}) = \exp \left[65.81 - \frac{7066.27}{T_{s,e}} - 5.976 \ln(T_{s,e}) \right]$$

$$p_s(T_e) = \exp \left[65.81 - \frac{7066.27}{T_e} - 5.976 \ln(T_e) \right]$$

La conoscenza di tali valori permette di disegnare la spezzata che rappresenta l'andamento delle pressioni di saturazione all'interno della parete, che risulta ovviamente analogo a quello delle temperature.



Per calcolare l'andamento delle pressioni parziali del vapore si applica al fenomeno del flusso di vapore in regime stazionario dall'interno all'esterno il metodo dell'analogia elettrica già utilizzato per descrivere il fenomeno termico. In particolare, si ha:

$$G = \Pi \cdot A \cdot (p_{v,i} - p_{v,e})$$

in cui:

G: flusso di vapore (kg/s);

Π : permeanza al vapore della parete multistrato (kg/s m² Pa);

A: area della sezione perpendicolare al flusso di vapore (m²);

$p_{v,i}$: pressione parziale del vapore nell'ambiente interno (Pa);

$p_{v,e}$: pressione parziale del vapore nell'ambiente esterno (Pa);

La permeanza della parete è data dall'inverso della resistenza unitaria totale al flusso di vapore R_v , che, a sua volta, si calcola come somma delle resistenze unitarie dei singoli strati. Nell'ipotesi che si possano trascurare la resistenza al flusso di vapore tra l'ambiente interno e la superficie interna della parete e tra la superficie esterna della parete e l'ambiente esterno, si ha:

$$\Pi = \frac{1}{R_v}$$

Nell'esempio considerato, in cui la parete è costituita da quattro strati, si ha:

$$R_v = \frac{L_1}{\pi_1} + \frac{L_2}{\pi_2} + \frac{L_3}{\pi_3} + \frac{L_4}{\pi_4}$$

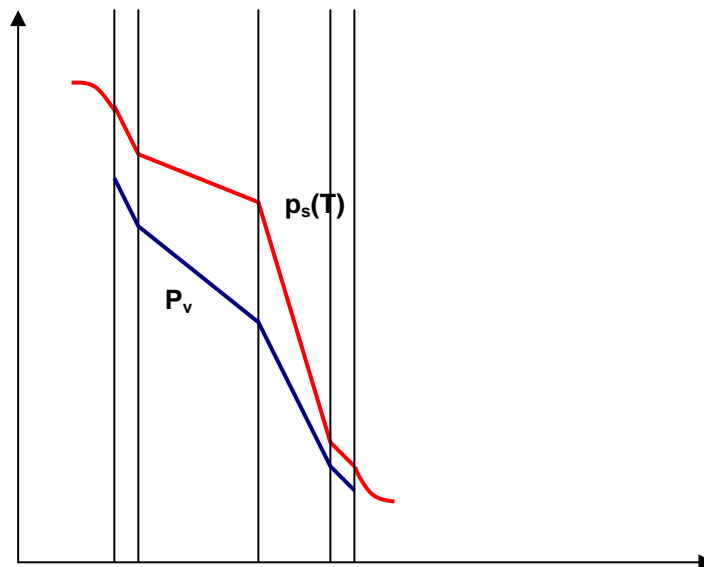
in cui:

- π_i : permeabilità al vapore dello strato i esimo (kg/s m Pa);
- L_i : spessore dello strato i esimo (m).

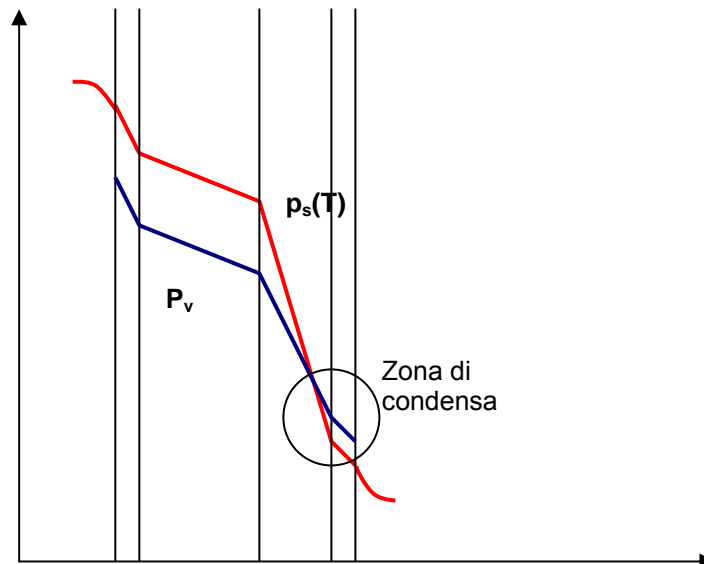
La pressione parziale del vapore in corrispondenza dello strato i esimo sarà data, in perfetta analogia con il fenomeno termico, dal valore della pressione parziale interna meno un termine dato dal flusso di vapore per unità di superficie per la resistenza incontrata fino allo strato in questione. In formula:

$$\begin{aligned}
 p_{vs,i} &= p_{v,i} \\
 p_{v,1} &= p_{v,i} - \Pi \cdot (p_{v,i} - p_{v,e}) \cdot \frac{L_1}{\pi_1} \\
 p_{v,2} &= p_{v,i} - \Pi \cdot (p_{v,i} - p_{v,e}) \cdot \left(\frac{L_1}{\pi_1} + \frac{L_2}{\pi_2} \right) \\
 p_{v,3} &= p_{v,i} - \Pi \cdot (p_{v,i} - p_{v,e}) \cdot \left(\frac{L_1}{\pi_1} + \frac{L_2}{\pi_2} + \frac{L_3}{\pi_3} \right) \\
 p_{vs,e} &= p_{v,e}
 \end{aligned}$$

La conoscenza dei valori numerici assunti dalla pressione parziale in corrispondenza dei vari strati consente di tracciare la spezzata che ne rappresenta l'andamento e di confrontarla con quella precedentemente disegnata delle pressioni di saturazione, come illustrato nella figura seguente:



Il caso rappresentato in figura rappresenta la situazione più favorevole, cioè quella in cui il fenomeno della condensa interstiziale è scongiurato poiché per ogni sezione la pressione parziale del vapore risulta sempre inferiore a quella di saturazione. Qualora in un punto singolo o in una zona della parete si ha la sovrapposizione tra le due spezzate, tale circostanza comporta il verificarsi del fenomeno della condensa, come illustrato nella figura seguente.



Dalla sezione in cui inizia la sovrapposizione delle due spezzate, in tutta l'area in cui l'andamento delle pressioni parziali del vapore supera quello delle pressioni di saturazione, si verificano condizioni di saturazione con la conseguente condensa di parte del vapore acqueo.

E' da precisare che, mentre la spezzata delle pressioni di saturazione non viene modificata dal fenomeno della condensa, quella delle pressioni parziali del vapore non è più rappresentativa di tale parametro in tutta la zona di possibile condensa, non essendo più nota, proprio a causa di tale fenomeno, la reale quantità di vapore presente.

E' certo che il punto di inizio condensa rappresenta la sezione in cui è massima la probabilità del verificarsi del fenomeno e quindi, in tale sezione, le due spezzate si toccano, assumendo lo stesso valore. Allo stesso modo, a destra di tale sezione la curva delle pressioni parziali dovrebbe assumere valori inferiori a quelli della pressione di saturazione, essendo in atto il fenomeno della condensa che fa diminuire la quantità di vapore presente, o, al massimo, essere ad essa tangente.